



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CTC – CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

**ESTUDO DE MODELOS E CRITÉRIOS DE PROJETO DE PAINEL DE LAJES DE
EDIFÍCIOS EM CONCRETO ARMADO**

ALINE SARDÁ

FLORIANÓPOLIS
2014



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CTC – CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

**ESTUDO DE MODELOS E CRITÉRIOS DE PROJETO DE PAINEL DE LAJES DE
EDIFÍCIOS EM CONCRETO ARMADO**

Trabalho apresentado à disciplina de
Trabalho de Conclusão de Curso II, como
requisito de avaliação da mesma.

Acadêmica: Aline Sardá

Orientador: Daniel Domingues Loriggio

FLORIANÓPOLIS

2014

Aline Sardá


**ESTUDO DE MODELOS E CRITÉRIOS DE PROJETO DE
PAINEL DE LAJES DE EDIFÍCIOS EM CONCRETO ARMADO**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado(a) para obtenção do Título de "Engenheiro Civil", e aprovado em sua forma final pelo Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 07 de Julho de 2014.

Prof. Luis Alberto Gómez, Dr.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:


Prof.º Daniel Domingues Loriggio, Dr.º
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof.º Jano D'áraujo Coelho, Dr.º
Universidade Federal de Santa Catarina

Eng. Lourenço Panosso Perlin, Dr.º

AGRADECIMENTOS

À Deus, por caminhar a meu lado iluminando minha vida.

Aos meus pais, Elza Marlene Sardá e Valter José Sardá, que me mostraram que todo esforço despendido tem seu merecimento, e que estudo e conhecimento são essenciais. Além disso, dizer que sem o incentivo e a motivação que me deram no início da faculdade eu não estaria concluindo agora esta importante etapa de minha vida.

Ao Professor Daniel Domingues Loriggio, pelo seu constante auxílio, empenho e dedicação. Pelas intervenções sempre construtivas e disponibilidade incondicional.

Aos meus irmãos, pela presença constante, apoio e compreensão.

Ao meu namorado, pela cumplicidade, compreensão e força que juntos dividimos para podermos concluir o curso e finalizar nossos trabalhos.

“Julgue seu sucesso pelas coisas que você teve que renunciar para conseguir. ”

Dalai Lama

RESUMO

No decorrer da graduação se aprende, geralmente, o cálculo de lajes pelos procedimentos clássicos, por meio de tabelas e com lajes isoladas. Atualmente o procedimento é diferente, com a utilização de recursos computacionais, baseados em processos numéricos. Devido à necessidade de conhecimentos adicionais para os projetos de lajes com o uso desses recursos computacionais, foi escolhido esse tema como trabalho de conclusão de curso. Para a realização deste trabalho foi feita uma revisão bibliográfica sobre Teoria das Placas, Análise Matricial e Analogia de Grelha. A Revisão Bibliográfica levantou trabalhos já realizados dentro do tema em estudo: teses, dissertações, artigos científicos e livros, sendo que alguns desses trabalhos foram desenvolvidos no GAP – Grupo de Análise e Projeto de Estruturas, da Universidade Federal de Santa Catarina. Em seguida foram realizados estudos sobre painéis de lajes de um edifício residencial. Foi adotado um modelo inicial, com painel bem comportado, e em seguida foram feitas algumas modificações nas dimensões e continuidade das lajes. Esse estudo foi realizado com o uso de tabelas e pela Analogia de Grelha. Por fim, foram feitas comparações entre os resultados obtidos pelos dois métodos utilizados e dadas recomendações para estudos futuros.

Palavras-Chave: Lajes, concreto, aço, momentos, compatibilização.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esforços cortantes em um elemento de placa	18
Figura 2: Momentos fletores e de torção um elemento de placa	18
Figura 3: Distorção de uma placa abcd.....	20
Figura 4: Ângulo de rotação em um ponto qualquer da placa deformada	21
Figura 5: Graus de liberdade de uma barra de grelha	25
Figura 6: Matriz de rigidez de uma barra no sistema local	25
Figura 7: Painel original utilizado	29
Figura 8: Painel modificado I	30
Figura 9: Painel modificado II	31
Figura 10: Vãos l_x e l_y de uma laje.....	34
Figura 11: Condições de apoio dos bordos	36
Figura 12: Vinculação dos bordos do painel original	38
Figura 13: Momentos máximos de cálculo atuantes no painel original (kN.m/m)	39
Figura 14: Momentos de cálculo corrigidos atuantes no painel original (kN.m/m)	40
Figura 15: Vinculação dos bordos do painel modificado I	41
Figura 16: Momentos máximos de cálculo atuantes no painel modificado I (kN.m/m)	43
Figura 17: Momentos de cálculo corrigidos atuantes no painel modificado I (kN.m/m)	44
Figura 18: Vinculação dos bordos do painel modificado II	45
Figura 19: Momentos máximos de cálculo atuantes no painel modificado II (kN.m/m)	46
Figura 20: Momentos de cálculo corrigidos atuantes no painel modificado II (kN.m/m)	47
Figura 21: Resumo da armadura calculada para o painel original (cm ² /m)	52
Figura 22: Detalhamento da armadura calculada para o painel original	53
Figura 23: Armadura calculada para o painel modificado I (cm ² /m)	55
Figura 24: Detalhamento da armadura calculada para o painel modificado I.....	56
Figura 25: Armadura calculada para o painel modificado II (cm ² /m)	58
Figura 26: Detalhamento da armadura calculada para o painel modificado II.....	59
Figura 27: Seção fissurada retangular	62

Figura 28: Momentos nas barras de grelha do painel original obtidos através do software Eberick.....	72
Figura 29: Resumo dos momentos de cálculo atuantes no painel original obtidos através do software Eberick (kNm/m)	73
Figura 30: Momentos nas barras de grelha do painel modificado I obtidos através do software Eberick.....	74
Figura 31: Resumo dos momentos de cálculo atuantes no painel modificado I obtidos através do software Eberick (kNm/m)	75
Figura 32: Localização do corte onde será traçado o diagrama de momentos fletores	76
Figura 33: Momentos nas barras de grelha do painel modificado II obtidos através do software Eberick.....	77
Figura 34: Resumo dos momentos de cálculo atuantes no painel modificado II, obtidos através do software Eberick (kNm/m)	79
Figura 35: Momentos de cálculo corrigidos para solução alternativa do painel original (kN.m/m).....	82
Figura 36: Armadura calculada para a solução alternativa do painel original (cm ² /m)	83
Figura 37: Vinculação dos bordos do painel modificado I considerando solução alternativa.....	84
Figura 38: Momentos de cálculo para solução alternativa do painel modificado I (kN.m/m).....	85
Figura 39: Momentos de cálculo corrigidos para solução alternativa I do painel modificado I (kN.m/m)	86
Figura 40: Armadura estabelecida para a solução alternativa I do painel modificado I (cm ² /m)	88
Figura 41: Momentos de cálculo corrigidos para solução alternativa II do painel modificado I (kN.m/m)	89
Figura 42: Armadura estabelecida para a solução alternativa II do painel modificado I (cm ² /m)	90
Figura 43: Vinculação dos bordos do painel modificado II considerando solução alternativa.....	91
Figura 44: Momentos de cálculo para a solução alternativa do painel modificado II (kN.m/m).....	92

Figura 45: Momentos de cálculo corrigidos para a solução alternativa I do painel modificado II (kN.m/m)93

Figura 46: Armadura calculada para a solução alternativa I do painel modificado II (cm²/m)94

Figura 47: Momentos de cálculo corrigidos para a solução alternativa II do painel modificado II (kN.m/m)95

Figura 48: Armadura calculada para a solução alternativa II do painel modificado II (cm²/m)96

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Momentos máximos atuantes no painel modificado I.....	42
Tabela 2: Armaduras positivas calculadas para as lajes do painel original	51
Tabela 3: Armadura negativa calculada para o painel original	52
Tabela 4: Armaduras positivas calculadas para as lajes do painel modificado I.....	54
Tabela 5: Armaduras negativas calculadas para o painel modificado I	54
Tabela 6: Armaduras positivas calculadas para as lajes do painel modificado II.....	57
Tabela 7: Armaduras negativas calculadas para o painel modificado II	57
Tabela 8: Valores de ξ em função do tempo.....	63
Tabela 9: Momentos de serviço atuantes no painel original	65
Tabela 10: Verificação do limite sensorial visual para o painel original	65
Tabela 11: Verificação do limite sensorial de vibração para o painel original	66
Tabela 12: Momentos de serviço atuantes no painel modificado I	67
Tabela 13: Verificação do limite sensorial visual para o painel modificado I.....	67
Tabela 14: Verificação do limite sensorial de vibração para o painel modificado I ...	68
Tabela 15: Momentos de serviço atuantes no painel modificado II	69
Tabela 16: Verificação do limite sensorial visual para o painel modificado II.....	69
Tabela 17: Verificação do limite sensorial de vibração para o painel modificado II ..	70
Tabela 18: Armaduras positivas calculadas para a solução alternativa do painel original.....	82
Tabela 19: Armaduras positivas calculadas para a solução alternativa I do painel modificado I	86
Tabela 20: Armaduras negativas calculadas para a solução alternativa do painel modificado I	87
Tabela 21: Armaduras positivas calculadas para a solução alternativa II do painel modificado I	89
Tabela 22: Armaduras positivas calculadas para a solução alternativa I do painel modificado II	93
Tabela 23: Armaduras negativas calculadas para a solução alternativa I do painel modificado II	94
Tabela 24: Armaduras positivas para a solução alternativa II do painel modificado II	96

Tabela 25: Comparação dos momentos máximos negativos de cálculo obtidos pelos métodos estudados para o painel original	97
Tabela 26: Comparação dos momentos máximos positivos de cálculo atuantes na direção x, obtidos pelos métodos estudados para o painel original	97
Tabela 27: Comparação dos momentos máximos positivos de cálculo atuantes na direção y, obtidos pelos métodos estudados para o painel original	98
Tabela 28: Comparação dos momentos máximos negativos de cálculo obtidos pelos métodos estudados para o painel modificado I	99
Tabela 29: Comparação dos momentos máximos positivos de cálculo atuantes na direção x, obtidos pelos métodos estudados para o painel modificado I.....	99
Tabela 30: Comparação dos momentos máximos positivos de cálculo atuantes na direção y, obtidos pelos métodos estudados para o painel modificado I.....	99
Tabela 31: Comparação dos momentos máximos negativos de cálculo obtidos pelos métodos estudados para o painel modificado II	100
Tabela 32: Comparação dos momentos máximos positivos de cálculo atuantes na direção x, obtidos pelos métodos estudados para o painel modificado II.....	100
Tabela 33: Comparação dos momentos máximos positivos de cálculo atuantes na direção y, obtidos pelos métodos estudados para o painel modificado II.....	101

LISTA DE GRÁFICOS

- Gráfico 1:** Diagrama de momentos fletores ao longo do painel modificado I76
- Gráfico 2:** Momentos negativos no apoio da laje L4, no encontro L4 - L5 (kNm/m).78
- Gráfico 3:** Sobreposição dos momentos negativos entre lajes L4 e L5 (kNm/m).....78

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	16
1.1.	OBJETIVO	16
1.2.	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	16
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1.	TEORIA DAS PLACAS EM REGIME ELÁSTICO	17
2.2.	ANÁLISE MATRICIAL DIRECIONADA À GRELHAS	24
2.2.1.	Método dos Deslocamentos aplicado às grelhas	24
2.3.	ANALOGIA DE GRELHA	27
3.	APRESENTAÇÃO DOS PAINÉIS UTILIZADOS	29
3.1.	PAINEL ORIGINAL	29
3.2.	PAINÉIS MODIFICADOS	29
4.	DADOS DE PROJETO	31
4.1.	CLASSE DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL	31
4.2.	CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO	32
4.3.	CARACTERÍSTICAS DO AÇO	32
5.	DESCRIÇÃO DOS CÁLCULOS POR PLANILHA ELETRÔNICA	33
5.1.	VINCULAÇÃO	33
5.2.	TIPO DE ARMAÇÃO	33
5.3.	CARGAS ATUANTES	34
5.4.	OBTENÇÃO DOS ESFORÇOS	34
5.5.	COMPATIBILIZAÇÃO DOS MOMENTOS NEGATIVOS	37
5.6.	CORREÇÃO DOS MOMENTOS POSITIVOS	37
6.	RESULTADOS DOS CÁLCULOS POR PLANILHA ELETRÔNICA	38
6.1.	PAINEL ORIGINAL	38
6.1.1.	Vinculação dos bordos do painel original	38
6.1.2.	Tipo de armação das lajes do painel original	39
6.1.3.	Esforços atuantes no painel original	39
6.1.4.	Correção dos momentos positivos e negativos de cálculo	39
6.2.	PAINEL MODIFICADO I	40
6.2.1.	Vinculação dos bordos do painel modificado I	40
6.2.2.	Tipo de armação das lajes do painel modificado I	41
6.2.3.	Esforços atuantes no painel modificado I	41
6.2.4.	Correção dos momentos positivos e negativos de cálculo	43

6.3.	PAINEL MODIFICADO II	44
6.3.1.	Vinculação dos bordos do painel modificado II	44
6.3.2.	Tipo de armação das lajes do painel modificado II	45
6.3.3.	Esforços atuantes no painel modificado II	45
6.3.4.	Correção dos momentos positivos e negativos de cálculo	46
7.	CÁLCULO E DETALHAMENTO DAS ARMADURAS	47
7.1.	CÁLCULO E DETALHAMENTO DA ARMADURA PARA O PAINEL ORIGINAL	51
7.2.	CÁLCULO E DETALHAMENTO DA ARMADURA PARA O PAINEL MODIFICADO I	54
7.3.	CÁLCULO E DETALHAMENTO DA ARMADURA PARA O PAINEL MODIFICADO II	57
8.	ESTADO LIMITE DE SERVIÇO	60
8.1.	DETERMINAÇÃO E VERIFICAÇÃO DAS FLECHAS DO PAINEL ORIGINAL	64
8.1.1.	Verificação do limite sensorial visual para o Painel original	65
8.1.2.	Verificação do limite sensorial de vibração para o Painel original	66
8.2.	DETERMINAÇÃO E VERIFICAÇÃO DAS FLECHAS DO PAINEL MODIFICADO I	66
8.2.1.	Verificação do limite sensorial visual para o Painel modificado I	67
8.2.2.	Verificação do limite sensorial de vibração para o Painel modificado I	68
8.3.	DETERMINAÇÃO E VERIFICAÇÃO DAS FLECHAS DO PAINEL MODIFICADO II	68
8.3.1.	Verificação do limite sensorial visual para o Painel modificado II	69
8.3.2.	Verificação do limite sensorial de vibração para o Painel modificado II	70
9.	RESULTADOS OBTIDOS COM SOFTWARE	70
9.1.	SOFTWARE UTILIZADO	70
9.2.	CONSIDERAÇÕES REALIZADAS	71
9.3.	RESULTADOS OBTIDOS	71
9.3.1.	Painel original	71
9.3.2.	Painel modificado I	73
9.3.3.	Painel modificado II	77

10.	SOLUÇÕES ALTERNATIVAS	79
10.1.	VINCULAÇÃO DOS BORDOS DAS LAJES	80
10.2.	COMPATIBILIZAÇÃO DOS MOMENTOS NEGATIVOS	80
10.3.	CORREÇÃO DOS MOMENTOS POSITIVOS	81
10.4.	RESULTADOS DAS SOLUÇÕES ALTERNATIVAS	81
10.4.1.	Painel original	81
10.4.2.	Painel modificado I	83
10.4.2.1.	Alternativa I: sem corrigir os momentos positivos que diminuem	85
10.4.2.2.	Alternativa II: corrigindo os momentos positivos que diminuem	88
10.4.3.	Painel modificado II	90
10.4.3.1.	Alternativa I: sem corrigir os momentos positivos que diminuem	92
10.4.3.2.	Alternativa II: corrigindo os momentos positivos que diminuem	95
11.	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	97
11.1.	PAINEL ORIGINAL	97
11.2.	PAINEL MODIFICADO I	98
11.3.	PAINEL MODIFICADO II	100
12.	ANÁLISE DOS RESULTADOS	101
13.	COMENTÁRIOS FINAIS	103
	REFERÊNCIAS	105
	ANEXO I	107
	ANEXO II	116
	ANEXO III	120

1. INTRODUÇÃO

Lajes são elementos planos bidimensionais (placas), cuja espessura (h) é de ordem de grandeza inferior às outras duas dimensões (l_x e l_y), destinados a suportar a maior parte das ações verticais transmitidas a uma edificação.

Segundo Reis (2007), durante muito tempo o cálculo das lajes se limitou à utilização de tabelas de lajes isoladas, geralmente retangulares, e a certos procedimentos simplificados para determinar os esforços solicitantes das mesmas. Era necessária então a avaliação do comportamento dessas lajes por modelos mais precisos, capazes de avaliar o pavimento de forma integrada. Métodos numéricos como a analogia de grelha, antigamente de difícil implementação computacional devido à capacidade de processamento dos computadores da época, são hoje frequentemente empregados nos programas computacionais voltados a projetos de estruturas em concreto armado.

Existem diferentes tipos de lajes, como as maciças, as nervuradas e as do tipo cogumelo, além de diversos tipos pré-moldadas. Neste trabalho serão estudadas apenas as lajes maciças, que são muito utilizadas em edifícios residenciais.

1.1. OBJETIVO

Este trabalho tem como objetivo principal analisar os resultados obtidos no cálculo de painéis de lajes em concreto armado, utilizando os métodos convencional (tabelas) e computacional, bem como estudar alternativas de soluções para o método convencional.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos deste trabalho acadêmico são:

- a) estudar casos específicos de lajes com dimensões diferentes e com continuidade parcial;
- b) fazer estudo comparativo dos resultados obtidos através dos métodos convencional (por tabelas) e computacional (analogia de grelha);
- c) comparação dos resultados obtidos nos métodos anteriores;

- d) estudo de soluções alternativas para os cálculos realizados através de tabelas.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. TEORIA DAS PLACAS EM REGIME ELÁSTICO

Segundo Reis (2007), placas são estruturas de superfície plana, sem curvatura, cuja espessura (h) é de ordem de grandeza inferior às outras duas dimensões (l_x e l_y), em que o carregamento é perpendicular à superfície.

Para placas de pequena espessura, como é o caso da maioria das lajes de edifícios, podem ser utilizadas as hipóteses simplificadas da teoria das placas finas listadas abaixo, conforme Timoshenko & Woinosky-Kreiger (1970):

- a) placa de material elástico, linear, homogêneo e isotrópico;
- b) a placa indeformada é plana;
- c) a espessura h da placa é da ordem de grandeza $1/10$ das outras dimensões;
- d) o carregamento é aplicado ortogonalmente à superfície da placa;
- e) os deslocamentos dos pontos da superfície média são pequenos quando comparados à espessura da placa;
- f) os deslocamentos angulares da superfície média são pequenos quando comparados à unidade;
- g) seções da placa inicialmente perpendiculares à superfície média continuam perpendiculares após a deflexão da mesma;
- h) as deformações devidas ao cisalhamento são desprezadas;
- i) as tensões normais à superfície média são desprezíveis em relação às tensões no mesmo plano;
- j) a deformação da placa é produzida por deslocamentos dos pontos da superfície média perpendicular ao plano indeformado.

Com base nas hipóteses básicas listadas acima, pode ser realizado um equilíbrio de forças e momentos para um elemento infinitesimal de placa, de dimensões dx e dy , submetido a um carregamento distribuído $q(x, y)$, a fim de se obter

a equação diferencial de equilíbrio das placas.

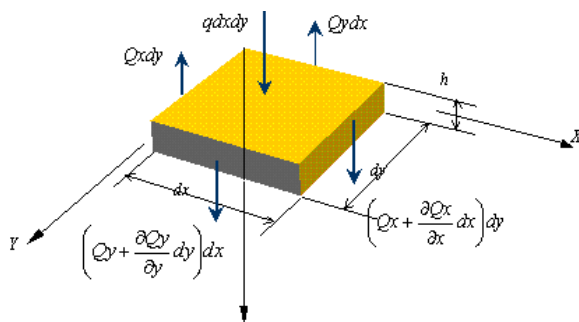


Figura 1: Esforços cortantes em um elemento de placa

Fonte: Coelho (2000)

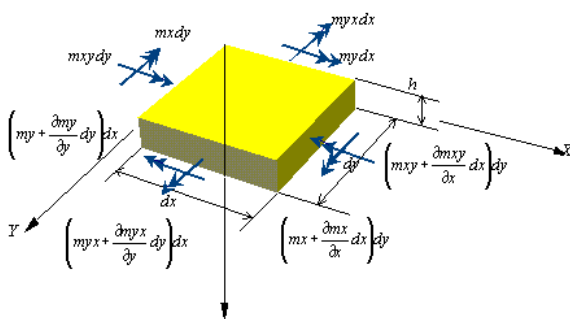


Figura 2: Momentos fletores e de torção um elemento de placa

Fonte: Coelho (2000)

Na **Figura 1**, $q_x dy$ é a resultante do carregamento aplicado, q_x e q_y são os esforços cortantes distribuídos nas faces do elemento, $\frac{\partial q_x}{\partial x} dx$ e $\frac{\partial q_y}{\partial y} dy$ são os incrementos nos esforços cortantes.

Na **Figura 2**, m_x e m_y são os momentos fletores, enquanto m_{xy} e m_{yx} são os momentos torsores, todos distribuídos nas faces do elemento. Os incrementos nos momentos são: $\frac{\partial m_x}{\partial x} dx$, $\frac{\partial m_y}{\partial y} dy$, $\frac{\partial m_{xy}}{\partial x} dx$, $\frac{\partial m_{yx}}{\partial y} dy$.

Fazendo-se o somatório de forças na direção z:

$$qydx + \frac{\partial qy}{\partial y} dydx + qxdy + \frac{\partial qx}{\partial x} dx dy + qdxdy - qxdy - qydx = 0 \quad (1)$$

$$\therefore \frac{\partial qy}{\partial y} + \frac{\partial qx}{\partial x} + q = 0 \quad (2)$$

Fazendo-se o somatório de momentos sobre os eixos x e y, desprezando os diferenciais de ordem superior e realizando as simplificações:

$$qx = \frac{\partial mx}{\partial x} + \frac{\partial myx}{\partial y} \quad (3)$$

$$qy = \frac{\partial my}{\partial y} + \frac{\partial mxy}{\partial x} \quad (4)$$

Inserindo as equações 3 e 4 na equação 2, tem-se a equação 5:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial my}{\partial y} + \frac{\partial mxy}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial mx}{\partial x} + \frac{\partial myx}{\partial y} \right) + q = 0 \quad (5)$$

Simplificando a equação 5, obtém-se a equação 6:

$$\frac{\partial^2 my}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 mxy}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 mx}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 myx}{\partial y \partial x} + q = 0 \quad (6)$$

Como $myx = -mxy$, substitui-se esta relação na equação 6, resultando na equação diferencial de equilíbrio das placas (equação 7).

$$\frac{\partial^2 mx}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 mxy}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 my}{\partial y^2} = -q \quad (7)$$

Para obter uma relação entre o carregamento e a deflexão da placa é necessário relacionar os momentos com a curvatura e a torção do elemento.

Quando uma fina placa é submetida à flexão ocorre distorção na mesma (**Figura 3**). Observando um ponto qualquer da placa, notam-se pequenos deslocamentos nas direções x e y, denominados respectivamente de u e v.

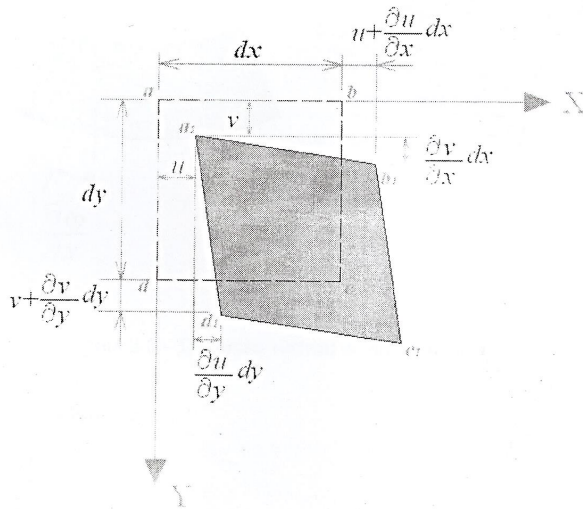


Figura 3: Distorção de uma placa abcd

As deformações lineares devido ao cisalhamento nas direções x e y são dadas nas equações 8 e 9, já a distorção angular é dada na equação 10.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (8)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (9)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (10)$$

O ângulo de rotação em um ponto qualquer da placa deformada em relação à placa indeformada pode ser encontrado através da representação de uma seção normal à superfície média e paralela ao plano xz (Figura 4).

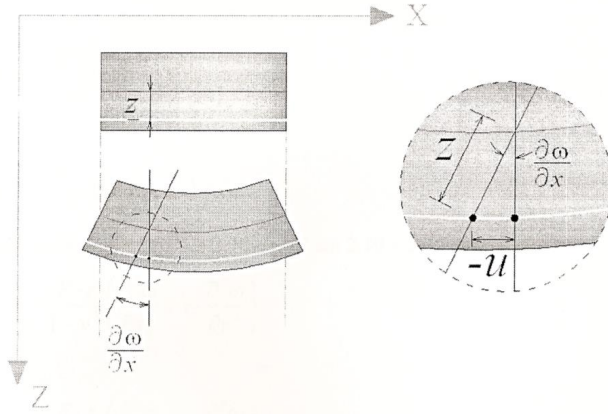


Figura 4: Ângulo de rotação em um ponto qualquer da placa deformada

Da figura:

$$\text{sen } \frac{\partial \omega}{\partial x} = \frac{-u}{z} \quad (11)$$

Como $\frac{\partial \omega}{\partial x}$ é muito pequeno, $\text{sen } \frac{\partial \omega}{\partial x} \approx \frac{\partial \omega}{\partial x}$. Logo, tem-se:

$$u = -z \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (12)$$

$$v = -z \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (13)$$

Rearranjando as equações:

$$\epsilon_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(-z \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) = -z \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \quad (14)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial}{\partial y} \left(-z \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = -z \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \quad (15)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial}{\partial y} \left(-z \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(-z \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = -2z \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \quad (16)$$

As tensões normais segundo a Lei de Hooke para elementos de duas dimensões são dadas pelas equações 17 e 18.

$$\sigma x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon x + \nu \cdot \epsilon y) \quad (17)$$

$$\sigma y = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon y + \nu \cdot \epsilon x) \quad (18)$$

Inserindo as equações 14 e 15 nas equações 17 e 18, tem-se:

$$\sigma x = -\frac{E.z}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (19)$$

$$\sigma y = -\frac{E.z}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \quad (20)$$

O esforço normal pode ser reduzido à binários, cuja magnitude por unidade de comprimento deve ser igual aos momentos externos m_x e m_y :

$$m_x dy = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma x \cdot z dy dz \quad (21)$$

$$m_y dx = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma y \cdot z dx dz \quad (22)$$

Inserindo as equações 19 e 20 em 21 e 22 e resolvendo as integrais, obtém-se:

$$m_x = -\frac{E.h^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (23)$$

$$m_y = -\frac{E.h^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \quad (24)$$

A rigidez da placa, D , dada pela equação 25, é semelhante a rigidez EI de uma viga submetida à flexão, com inclusão do coeficiente de Poisson por ser um

elemento bidimensional.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (25)$$

Onde:

E = Módulo de deformação longitudinal do concreto;

h = Espessura da placa;

ν = Coeficiente de Poisson do concreto.

A partir da Teoria da Elasticidade se pode obter então os esforços através das equações:

$$m_x = -D \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (26)$$

$$m_y = -D \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \quad (27)$$

A tensão cisalhante para um estado plano de tensões é dada pela equação 28.

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} \quad (28)$$

A resultante dos esforços cisalhantes deve ser igual aos momentos torsores m_{xy} e m_{yx} , logo:

$$m_{xy} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \quad (29)$$

Inserindo as equações obtidas para os momentos em torno dos eixos x e y e para o momento tisor na equação de equilíbrio das placas, e realizando simplificações, obtém-se a equação de Lagrange, que define o comportamento das placas delgadas:

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (30)$$

2.2. ANÁLISE MATRICIAL DIRECIONADA À GRELHAS

A análise matricial de estruturas é uma formulação usada na modelagem e análise estática linear de estruturas reticuladas, visando implementação em programas computacionais. O método mais utilizado neste caso é o Método dos Deslocamentos, por ter melhor desempenho para a programação.

2.2.1. Método dos Deslocamentos aplicado às grelhas

No método dos deslocamentos a estrutura é dividida em elementos ligados entre si por pontos nodais e, a partir disso, ficam definidos os graus de liberdade da mesma, obtendo-se o sistema principal. São locais obrigatórios dos pontos nodais:

- Apoios;
- Ligações entre barras;
- Locais com mudanças de seções e inclinações;
- Pontas livres de barras;
- Rótulas.

Cada tipo de movimento de um ponto nodal representa um grau de liberdade do mesmo. Cada barra de uma grelha possui três graus de liberdade por nó, que são a translação paralela ao eixo z e a rotação em torno dos eixos x e y. Os seis graus de liberdade na barra podem ser observados na Figura 5.

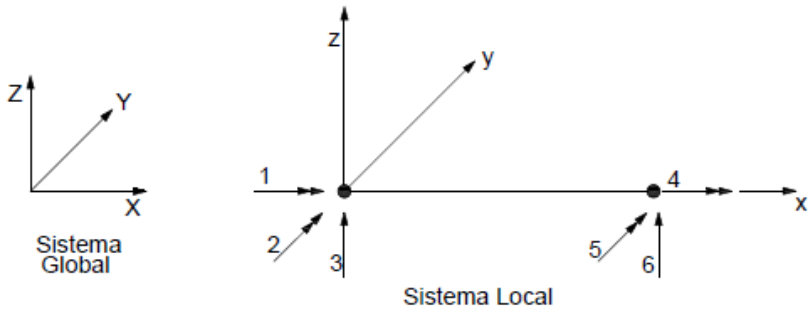


Figura 5: Graus de liberdade de uma barra de grelha

O esforço cortante ocorre paralelo aos eixos 3 e 6, o momento fletor em torno dos eixos 2 e 5, e o momento torsor em torno dos eixos 1 e 4.

Em cada nó da barra são introduzidos deslocamentos unitários na direção dos graus de liberdade, para determinação dos coeficientes de rigidez.

A grelha é definida em relação a um sistema global de coordenadas (X, Y, Z) e as barras da grelha em relação a um sistema local (x, y, z). Na Figura 6 pode ser observada a matriz de rigidez de um elemento de grelha em relação ao sistema local, com notação adotada por Loriggio (2005).

$$r = \begin{bmatrix} \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} \\ -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} \end{bmatrix}$$

Figura 6: Matriz de rigidez de uma barra no sistema local

Onde:

I = Momento de inércia a flexão;

J = Momento de inércia a torção;

E = Módulo de elasticidade longitudinal;

G = Módulo de elasticidade transversal;

L = Comprimento da barra.

A matriz de rigidez no sistema local, $[r]$, é transformada na matriz de rigidez no sistema global, r , através da equação 31.

$$[r] = [T]^t \cdot [r] \cdot [T] \quad (31)$$

Onde:

$[T]$ = Matriz de rotação;

$[T]^t$ = Transposta da matriz de rotação;

Com as matrizes de rigidez de cada barra em relação ao sistema global, a matriz de rigidez da estrutura $[K]$ pode ser gerada através da transferência adequada dos elementos, sobrepondo os coeficientes das barras que convergem para o mesmo nó.

Para a inserção dos efeitos das cargas atuantes na análise, determina-se o vetor de imobilização dos nós de cada barra no sistema local $\{S_0\}$, formado pelos esforços gerados nos nós devido aos carregamentos distribuídos nas barras. Para transformação desse vetor do sistema local para o sistema global é utilizada a equação abaixo:

$$\{S_0\} = [T]^t \cdot \{S_0\} \quad (32)$$

Com os vetores de imobilização dos nós de cada barra em relação ao sistema global $\{S_0\}$, monta-se o vetor de imobilização dos nós da estrutura $\{F_0\}$ através da sobreposição dos coeficientes das barras que convergem para o mesmo nó.

As cargas externas aplicadas nos nós e as reações de apoio compõem o vetor $\{F\}$. Para a obtenção dos valores dos deslocamentos nodais no sistema global deve ser solucionada a equação 33.

$$[K] \cdot [\theta] = \{F\} - \{F_0\} \quad (33)$$

Com os valores dos deslocamentos são obtidos os valores das reações, ainda

no sistema global, através da equação 34.

$$\{S\} = [r] \cdot \{d\} + \{S_0\} \quad (34)$$

Transformam-se, então, as reações para o sistema local através da equação abaixo:

$$\{S\} = [T] \cdot \{S\} \quad (35)$$

Por fim, com as reações e as ações externas, montam-se os diagramas de esforços da estrutura.

2.3. ANALOGIA DE GRELHA

A analogia de grelha substitui o pavimento por uma grelha equivalente, sendo que os elementos estruturais (vigas e lajes) são representados pelas barras da mesma.

Uma das principais vantagens da analogia de grelha é a possibilidade de análise do painel de lajes de forma integrada. Alguns problemas, em que são utilizados procedimentos simplificados com tabelas, podem ser levados em consideração na análise por analogia de grelha. Dentre esses problemas podem ser citados: a interação entre momentos negativos sobre os apoios, as condições de vinculação entre lajes adjacentes de vãos muito diferentes, a descontinuidade de vinculação ao longo dos bordos e por fim, a deslocabilidade dos apoios.

Para analisar uma laje por Analogia de Grelha, realiza-se a divisão da placa em uma série de faixas com determinada largura, nas direções x e y. As faixas podem ser representadas por elementos estruturais de barras que passam nos seus eixos e se cruzam ortogonalmente, formando uma grelha plana que pode ser resolvida pelo método dos deslocamentos, através da análise matricial com auxílio de um computador. Sempre que possível, as barras da grelha devem ter seções transversais idênticas e equidistantes.

Por possuírem características diferentes, os esforços e deslocamentos da grelha não são iguais aos da laje com mesmo carregamento. Uma das principais características que os diferem diz respeito à rigidez, sendo que a laje é normalmente

mais rígida do que uma viga retangular que compõe a grelha.

As cargas distribuídas se dividem entre os elementos da grelha equivalente, de acordo com a área de influência de cada elemento. Essas cargas podem ser consideradas uniformemente distribuídas ao longo dos elementos ou concentradas nos nós. As cargas concentradas atuantes na estrutura devem ser aplicadas nos nós da malha e, quando a posição das mesmas não coincidir com um nó, deve-se adequar a malha ou adotar valores equivalentes das cargas nos nós mais próximos.

Os esforços obtidos em cada barra de grelha são proporcionais às rigidezes à torção (GJ) e à flexão (EI) das mesmas. Os parâmetros E e I são, respectivamente, o módulo de elasticidade longitudinal e a inércia à flexão de uma barra. O módulo de elasticidade transversal G é calculado pela equação abaixo, onde ν é o coeficiente de Poisson.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (36)$$

Segundo a NBR 6118:2007, os valores do coeficiente de Poisson e do módulo de elasticidade transversal podem ser considerados iguais a 0,2 e 0,4Ecs, respectivamente. De acordo com o item 8.2.8 da NBR 6118:2007, o módulo de elasticidade estimado é obtido através da equação 37, já o módulo de elasticidade secante é calculado pela equação 38.

$$E_{ct} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (37)$$

$$E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ct} \quad (38)$$

Como pode ser visto em COELHO (2000), a rigidez à torção da placa é proporcional ao cubo da menor dimensão da seção transversal da faixa. Quando a largura da faixa for menor do que a espessura da placa, a menor dimensão passa a ser a largura da faixa.

Neste trabalho o estudo de análise de analogia de grelha dos painéis de laje de concreto armado será desenvolvido através do *software* Eberick V8.

3. APRESENTAÇÃO DOS PAINÉIS UTILIZADOS

3.1. PAINEL ORIGINAL

O painel original utilizado é um painel bem comportado, composto por seis lajes com espessuras inicialmente estimadas em 8,0 cm e dimensões (em metros) conforme Figura 7, já apresentado em Loriggio (1996 e 1998) e Dornelles e Pereira (2006).

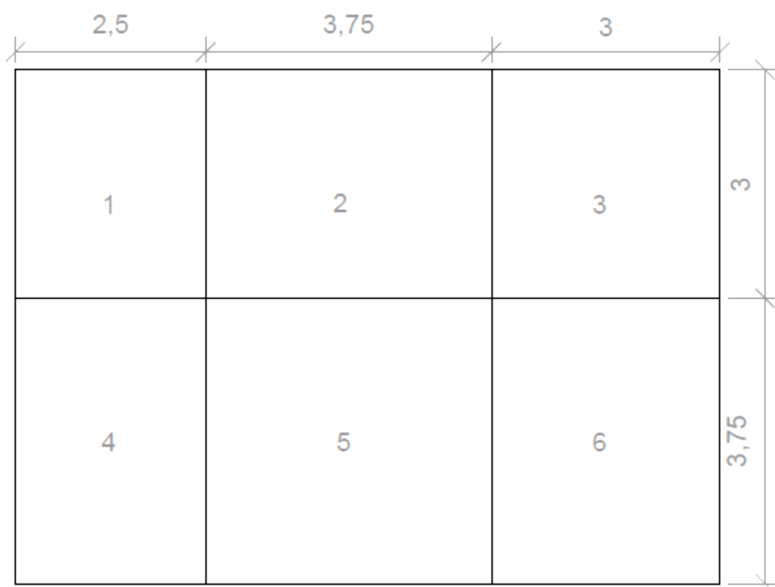


Figura 7: Painel original utilizado

3.2. PAINÉIS MODIFICADOS

Foram feitas algumas modificações nas dimensões e continuidade das lajes, com a finalidade de avaliar painéis com comportamentos não tão regulares quanto o original.

No painel modificado I foram alteradas as dimensões originais das lajes L3 e L6, tornando a dimensão l_x igual a 1,5 m. Neste painel será estudado o comportamento de lajes de maior dimensão vinculadas com lajes de menor dimensão.

As alterações podem ser vistas na **Figura 8**.

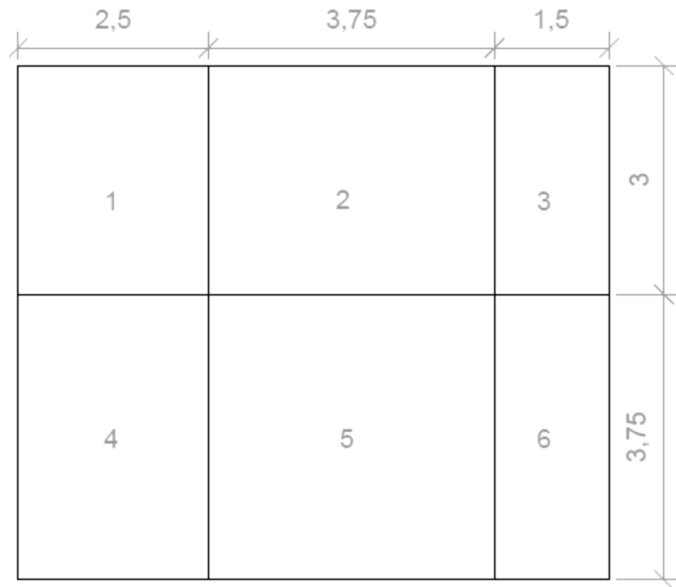


Figura 8: Painel modificado I

No painel modificado II, a dimensão l_y da laje L4 foi alterada para 2m. Consequentemente, esta dimensão se tornou a menor dimensão da laje, l_x . A intenção dessa modificação foi estudar vinculação e continuidade entre as lajes L4 e L5.

A alteração pode ser vista na Figura 9.

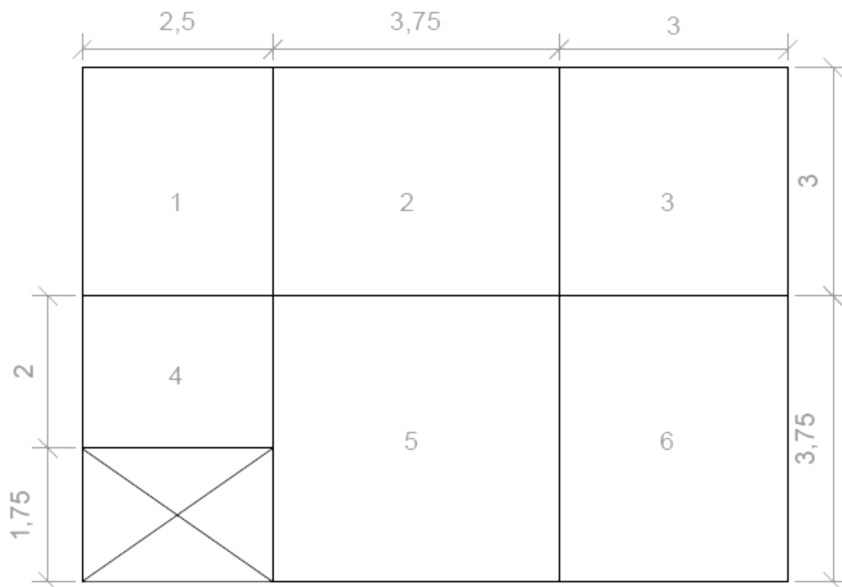


Figura 9: Painel modificado II

4. DADOS DE PROJETO

4.1. CLASSE DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL

Segundo a NBR 6118:2007, a agressividade ambiental está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre a estrutura de concreto armado, e não possui relação alguma com ações mecânicas, variações volumétricas e outras previstas no dimensionamento dessa estrutura.

A classificação da agressividade ambiental encontra-se na tabela 6.1 da NBR 6118. A partir dessa classificação, são definidos a resistência característica à compressão do concreto (tabela 6.1) e os cobrimentos mínimos para os elementos estruturais (tabela 7.2).

A localização do edifício foi considerada como urbana, com classe de agressividade II e risco pequeno de deterioração. A resistência característica à compressão do concreto e o cobrimento mínimo para armadura de lajes que se enquadram na classe de agressividade II são respectivamente, 25 MPa e 25 mm.

Segundo a NBR 6118:2007, para ambientes internos pode-se considerar uma classe de agressividade ambiental menor, assim, as lajes serão calculadas com classe de agressividade I, com cobrimento mínimo de 20 mm. A resistência característica à compressão para a classe de agressividade ambiental I é de 20 MPa, porém, como em vigas e pilares normalmente é utilizado o concreto com f_{ck} de 25 MPa, o mesmo será utilizado para fins de homogeneidade.

Ainda segundo a NBR 6118:2007, para a face superior de lajes que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros tantos, as exigências da tabela 7.2 podem ser substituídas pelo item 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

4.2. CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO

Para efeito de cálculo, adota-se o valor de 25 kN/m³ como massa específica para o concreto armado.

Para f_{ck} igual a 25 Mpa, o módulo de elasticidade estimado dado pela equação 37 vale:

$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{25} = 28000 \text{ MPa}$$

O valor do módulo de elasticidade secante, dado pela equação 38 é:

$$E_{cs} = 0,85 \cdot 28000 = 23800 \text{ MPa}$$

4.3. CARACTERÍSTICAS DO AÇO

Em lajes de edifícios usuais geralmente são usados o aço CA-60, com bitola de 5mm, ou o aço CA-50, com bitolas de 6,3 mm, 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm.

Neste trabalho as armaduras serão dimensionadas com bitolas mínimas de 5.0 mm, por se considerar que diâmetros menores que este são pouco viáveis na execução da obra, devido a uma série de fatores, dentre os quais se pode destacar a deformabilidade maior das barras de diâmetros menores que 5.0 mm.

5. DESCRIÇÃO DOS CÁLCULOS POR PLANILHA ELETRÔNICA

5.1. VINCULAÇÃO

Para o cálculo dos esforços e das deformações solicitantes nas lajes, deve-se estabelecer os vínculos das mesmas com os seus apoios. As tabelas para cálculo de lajes só admitem três tipos de vínculos das lajes, o apoio simples, o engaste perfeito e os bordos livres. Esses tipos de apoio são uma simulação do que ocorre na realidade.

Os critérios de vinculação dos bordos das lajes para o cálculo dos momentos positivos são:

- quando não há suporte, como por exemplo em lajes em balanço, o bordo é considerado livre;
- quando não há restrição dos deslocamentos verticais sem impedir a rotação das lajes no apoio, como por exemplo lajes isoladas apoiadas por vigas, o bordo é considerado apoiado;
- quando há impedimento do deslocamento vertical e rotação da laje neste apoio, o bordo é considerado engastado;
- quando duas lajes contínuas possuem dimensões muito diferentes, ou então $M_1 > 2 \times M_2$, apenas a laje de menor dimensão é considerada engastada na de maior dimensão, e a laje com maior dimensão é considerada apenas apoiada na de menor dimensão;
- quando ao longo do apoio de uma laje, existir menos de $2/3$ de seu comprimento com continuidade entre lajes vizinhas, tal continuidade é desprezada e o apoio é considerado como simples. Quando a continuidade ao longo de um apoio for maior do que $2/3$ de seu comprimento, considera-se o apoio como engaste.

5.2. TIPO DE ARMAÇÃO

As lajes podem ser armadas em cruz (armadas nas duas direções), ou armadas em uma única direção. A laje é armada nas duas direções quando a relação

entre o maior (l_y) e o menor vão (l_x) for menor ou igual a 2, ou seja, $l_y/l_x \leq 2$. A laje é armada em uma única direção quando essa relação for maior do que 2, ou seja, $l_y/l_x > 2$.

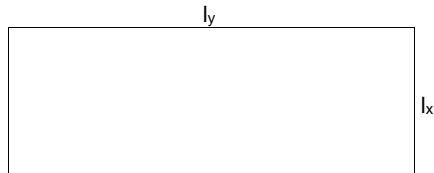


Figura 10: Vãos l_x e l_y de uma laje

5.3. CARGAS ATUANTES

Para a obtenção dos esforços nas lajes, determina-se primeiramente as cargas distribuídas que atuam por metro quadrado sobre o pavimento. Serão utilizados os valores mínimos para as cargas permanentes (g) e acidentais (q) atuantes na estrutura, especificados na NBR 6120:1980 – Cargas para o cálculo de Estruturas de Edificações. São consideradas cargas permanentes o peso próprio da estrutura e os demais elementos fixos na mesma. As cargas acidentais são as cargas que atuam na estrutura das edificações em função do seu uso.

Neste trabalho foi considerado um carregamento distribuído total de 5 kN/m^2 , sendo 3 kN/m^2 de carregamento permanente (2 kN/m^2 de peso próprio + 1 kN/m^2 de revestimento) e 2 kN/m^2 de carregamento acidental. Para a determinação do carregamento acidental foram observados os valores de $1,5 \text{ kN/m}^2$ para dormitórios, salas, copas, cozinhas e banheiros, e 2 kN/m^2 para despensa, área de serviço e lavanderia. Optou-se então pela simplificação de 2 kN/m^2 para todos os cômodos.

5.4. OBTENÇÃO DOS ESFORÇOS

- Lajes armadas em uma direção

O dimensionamento de lajes armadas em uma direção é semelhante ao de uma viga submetida a um carregamento vertical. Os momentos fletores máximos, positivos e negativos, são calculados como em vigas contínuas, dados pelas seguintes equações:

a) Lajes com dois apoios simples:

$$M^+ = \frac{p.l^2}{8} \quad (39)$$

b) Lajes com um apoio simples e um engaste:

$$M^+ = \frac{p.l^2}{14,22} \quad (40)$$

$$M^- = \frac{p.l^2}{8} \quad (41)$$

c) Lajes com dois engastes:

$$M^+ = \frac{p.l^2}{24} \quad (42)$$

$$M^- = \frac{p.l^2}{12} \quad (43)$$

- Lajes armadas em duas direções

Diante da complexidade de determinação dos esforços em lajes armadas em duas direções utilizando a Teoria da Elasticidade, foram confeccionadas algumas tabelas, como as de Bares, Czerny, Montoya - Meseguer - Cabre, que facilitam a determinação dos momentos fletores máximos e deslocamentos máximos a partir da geometria e das condições de vinculação das placas.

Para utilização destas tabelas o pavimento é fragmentado, ou seja, cada laje é tratada individualmente, de acordo com sua vinculação às demais, simplesmente apoiada, engastada ou livre. Os modelos de lajes foram divididos em nove tipos, conforme Figura 11.

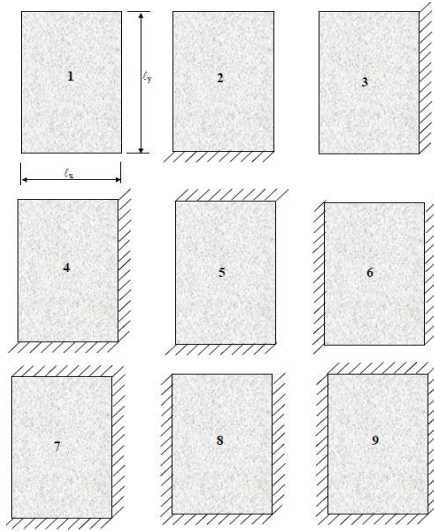


Figura 11: Condições de apoio dos bordos
Fonte: CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2010

As tabelas utilizadas foram desenvolvidas por BARES, inicialmente para coeficiente de Poisson $\nu = 0,15$, e adaptadas por CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO para materiais com $\nu = 0,20$. Essas tabelas fornecem coeficientes para o cálculo de flechas (α) e de momentos (μ_x^+ , μ_x^- , μ_y^+ , μ_y^-), em lajes retangulares uniformemente carregadas, em função do tipo de apoio da laje e da relação entre vãos, dada por:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad (44)$$

Os momentos máximos positivos, por unidade de comprimento, nas direções x e y , são obtidos através das equações 45 e 46:

$$M_x = \mu_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (45)$$

$$M_y = \mu_y \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (46)$$

Os momentos máximos negativos, por unidade de comprimento, nas direções x e y, são obtidos através das equações 47 e 48:

$$M^-_x = \mu^-_x \cdot \frac{p \cdot l^2_x}{100} \quad (47)$$

$$M^-_y = \mu^-_y \cdot \frac{p \cdot l^2_x}{100} \quad (48)$$

Onde:

p = Carregamento uniformemente distribuído sobre a laje;

l_x = Menor vão da laje;

E = Módulo de elasticidade do material;

h = Altura da laje;

μ_x, μ_y, μ_x⁻, μ_y⁻ = Coeficientes fornecidos pelas tabelas.

5.5. COMPATIBILIZAÇÃO DOS MOMENTOS NEGATIVOS

Os valores obtidos pelas fórmulas dadas pelos autores das tabelas correspondem ao momento de engastamento perfeito da placa sobre o apoio. Esta situação só ocorre na prática no caso de lajes adjacentes exatamente iguais (dimensões e carregamento), ou em casos de extrema coincidência. Deste modo é necessária a compatibilização dos momentos.

O momento compatibilizado por duas lajes adjacentes é dado pela equação 49.

$$M^- \geq \begin{cases} \frac{M_A + M_B}{2} \\ 0,8 * M_{maior} \end{cases}$$

$$M_{maior} \geq \begin{cases} M_A \\ M_B \end{cases} \quad (49)$$

5.6. CORREÇÃO DOS MOMENTOS POSITIVOS

Os momentos positivos são corrigidos em função da compatibilização dos momentos negativos. Nos vãos extremos, adiciona-se ao momento fletor positivo a

metade da variação do momento fletor negativo. Nos vãos intermediários, adiciona-se ao momento fletor positivo a média das variações ocorridas nos momentos fletores negativos. Opta-se por fazer essa correção apenas quando há um acréscimo de momento positivo, sendo assim a favor da segurança.

6. RESULTADOS DOS CÁLCULOS POR PLANILHA ELETRÔNICA

Neste capítulo serão apresentados, resumidamente, os resultados obtidos através dos cálculos manuais auxiliados pela planilha Excel feita. As tabelas com todos os cálculos podem ser vistas no Anexo I.

6.1. PAINEL ORIGINAL

6.1.1. Vinculação dos bordos do painel original

As lajes do painel original possuem espessuras e carregamentos iguais, continuidade com a laje adjacente e vãos não muito diferentes. Este painel é considerado bem comportado por possuir estas características. A vinculação adotada para os bordos do painel original pode ser vista na Figura 12.

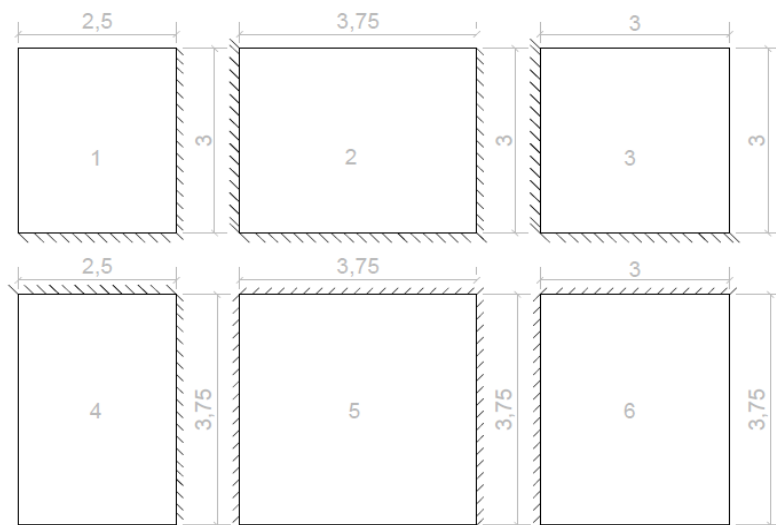


Figura 12: Vinculação dos bordos do painel original

6.1.2. Tipo de armação das lajes do painel original

Todas as lajes do painel original são armadas nas duas direções, pois possuem a relação entre o maior (l_y) e o menor vão (l_x) menor ou igual a 2.

6.1.3. Esforços atuantes no painel original

Os momentos máximos de cálculo, positivos e negativos, atuantes no painel original, foram calculados através da aplicação da combinação de Estado Limite Último $F_d = 1,4 g_k + 1,4 q_k$, e podem ser vistos na Figura 13.

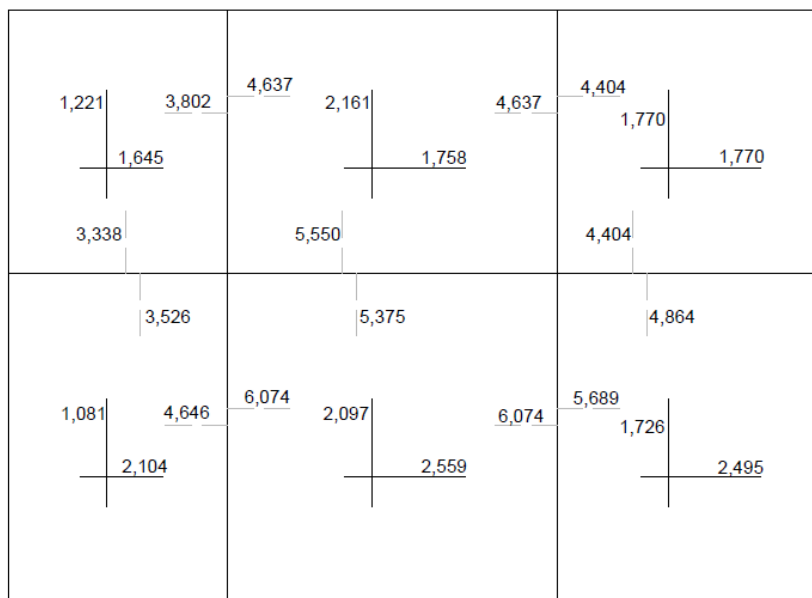


Figura 13: Momentos máximos de cálculo atuantes no painel original (kN.m/m)

6.1.4. Correção dos momentos positivos e negativos de cálculo

O resumo da compatibilização dos momentos negativos e da correção dos momentos positivos pode ser visto na Figura 14.

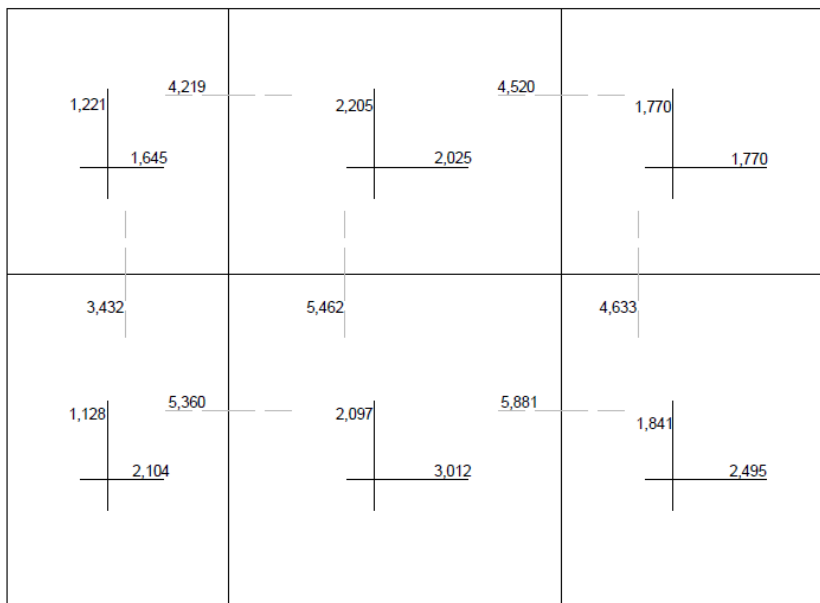


Figura 14: Momentos de cálculo corrigidos atuantes no painel original (kN.m/m)

6.2. PAINEL MODIFICADO I

6.2.1. Vinculação dos bordos do painel modificado I

Para a vinculação dos bordos do painel modificado I, as lajes L2 e L5 serão consideradas apoiadas nas lajes L3 e L6, respectivamente, e estas serão consideradas engastadas, respeitando-se assim o critério de vinculação que diz respeito ao comprimento do vão oposto à adjacência, descrito no capítulo 5. Por se tratar de laje retangular, a laje L6 terá seu menor vão apenas apoiado na laje L3. Figura 15 mostra as condições de vinculação do painel modificado I.

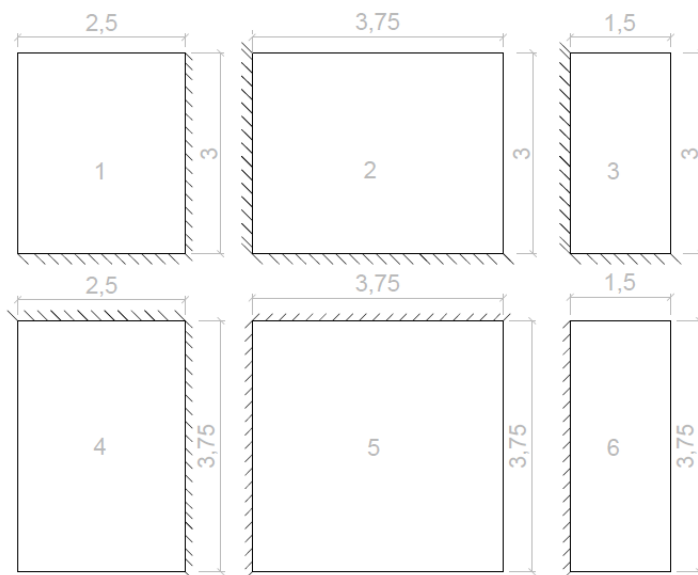


Figura 15: Vinculação dos bordos do painel modificado I

6.2.2. Tipo de armação das lajes do painel modificado I

Com exceção da laje L6, que é armada em uma direção ($l_y/l_x > 2$), as outras lajes do painel modificado I são armadas nas duas direções, pois possuem a relação entre o maior (l_y) e o menor vão (l_x) menor ou igual a 2.

6.2.3. Esforços atuantes no painel modificado I

Os valores dos momentos máximos, positivos e negativos, atuantes no painel modificado I podem ser vistos na **Tabela 1**.

Tabela 1: Momentos máximos atuantes no painel modificado I

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
$M_x^+ =$	1,175	kN.m/m	$M_x^+ =$	1,782	kN.m/m	$M_x^+ =$	0,646	kN.m/m
$M_x^- =$	2,716	kN.m/m	$M_x^- =$	4,064	kN.m/m	$M_x^- =$	1,338	kN.m/m
$M_y^+ =$	0,872	kN.m/m	$M_y^+ =$	1,233	kN.m/m	$M_y^+ =$	0,212	kN.m/m
$M_y^- =$	2,384	kN.m/m	$M_y^- =$	3,474	kN.m/m	$M_y^- =$	0,923	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
$M_x^+ =$	1,503	kN.m/m	$M_x^+ =$	1,976	kN.m/m	$M_x^+ =$	0,794	kN.m/m
$M_x^- =$	3,319	kN.m/m	$M_x^- =$	4,915	kN.m/m	$M_x^- =$	1,406	kN.m/m
$M_y^+ =$	0,772	kN.m/m	$M_y^+ =$	1,976	kN.m/m	$M_y^+ =$	0,000	kN.m/m
$M_y^- =$	2,519	kN.m/m	$M_y^- =$	4,915	kN.m/m	$M_y^- =$	0,000	kN.m/m

Apenas para efeito comparativo, calculou-se a laje L6 também através de tabelas, utilizando a relação $l_x/l_y = \infty$. Os momentos, positivo e negativo, na direção x, resultaram, respectivamente, em 0,791 kN.m/m e 1,406 kN.m/m. Percebe-se, portanto, que no cálculo de lajes armadas em uma direção, os valores dos momentos calculados por tabelas e por modelos de vigas são praticamente iguais. Os valores dos momentos positivos e negativos na direção y também devem ser ressaltados, respectivamente: 0,219 kN.m/m e 0,923 kN.m/m. Neste caso, percebe-se que o valor do momento fletor positivo na direção y corresponde a aproximadamente 1/5 do momento fletor positivo na direção x, e que o momento fletor negativo na direção y tem um valor que deve ser levado em consideração.

Os momentos máximos de cálculo, positivos e negativos, atuantes no painel modificado I podem ser vistos na Figura 16.

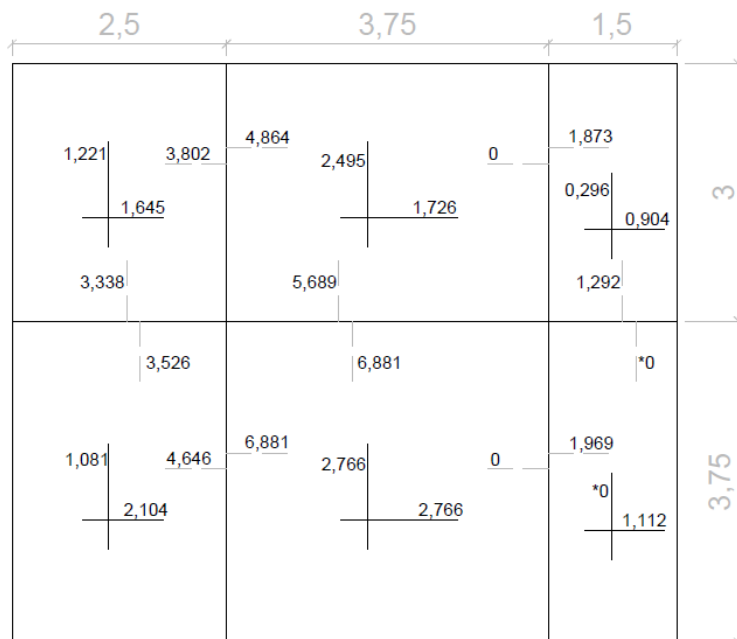


Figura 16: Momentos máximos de cálculo atuantes no painel modificado I (kN.m/m)

*Laje armada em uma direção, teoricamente o momento nesta direção é nulo.

6.2.4. Correção dos momentos positivos e negativos de cálculo

Os momentos máximos positivos de cálculo, atuantes no painel modificado I, foram corrigidos em função da compatibilização dos momentos negativos calculados e os resultados podem ser vistos na Figura 17.

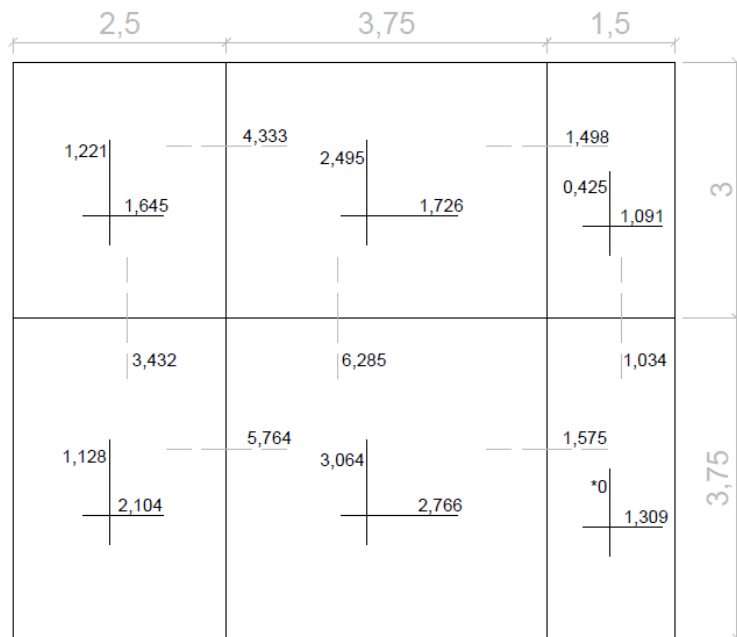


Figura 17: Momentos de cálculo corrigidos atuantes no painel modificado I (kN.m/m)

*Laje armada em uma direção, sem armadura nesta direção.

6.3. PAINEL MODIFICADO II

6.3.1. Vinculação dos bordos do painel modificado II

Na vinculação dos bordos do painel modificado II a laje L5, que tem menos de 2/3 de continuidade de seu vão em contato com a laje L4, será apoiada na laje L4. A laje L4 será engastada na laje L5. As condições de vinculação do painel modificado II podem ser observadas na Figura 18.

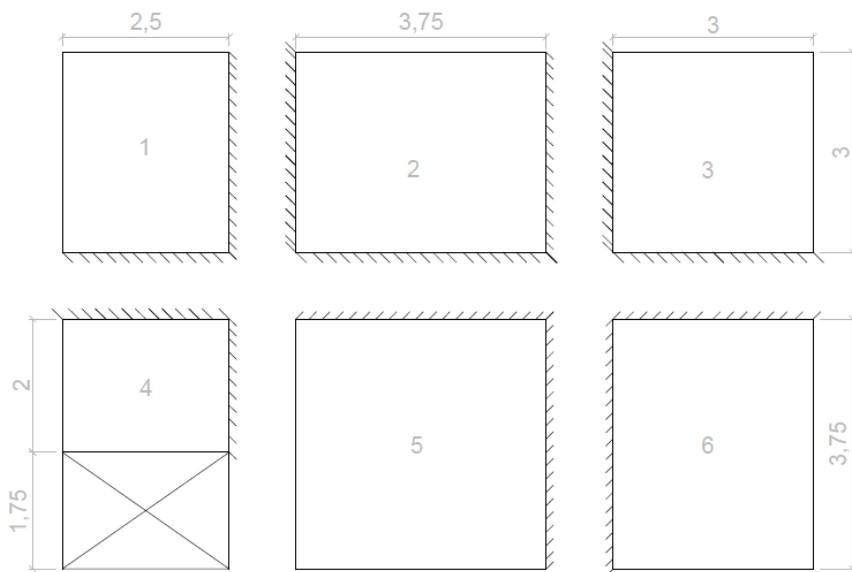


Figura 18: Vinculação dos bordos do painel modificado II

6.3.2. Tipo de armação das lajes do painel modificado II

Todas as lajes do painel modificado II são armadas nas duas direções, pois possuem a relação entre o maior (l_y) e o menor vão (l_x) menor ou igual a 2.

6.3.3. Esforços atuantes no painel modificado II

Os momentos máximos de cálculo, positivos e negativos, atuantes no painel modificado II podem ser vistos na **Figura 19**.

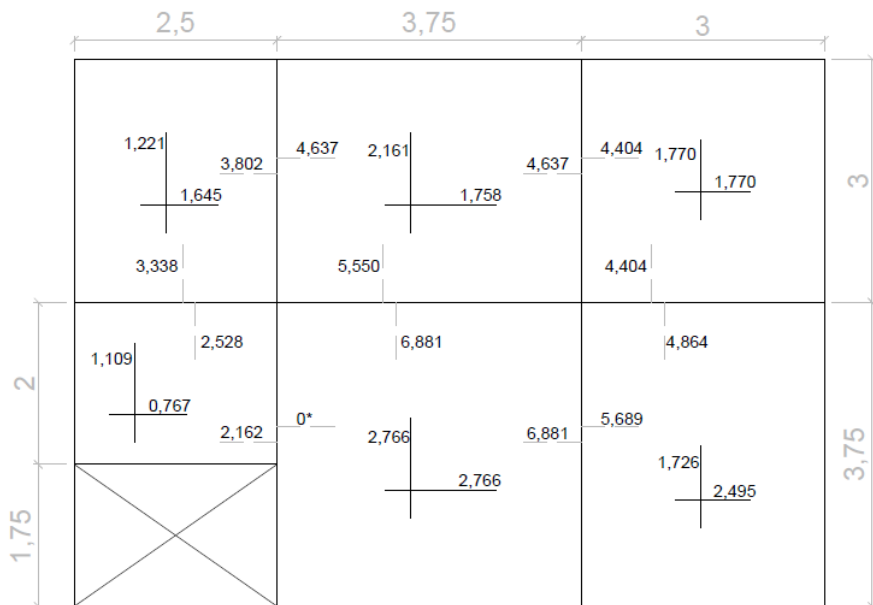


Figura 19: Momentos máximos de cálculo atuantes no painel modificado II (kN.m/m)

6.3.4. Correção dos momentos positivos e negativos de cálculo

Os momentos máximos positivos de cálculo, atuantes no painel modificado II, foram corrigidos em função da compatibilização dos momentos negativos calculados e os resultados podem ser vistos na Figura 20.

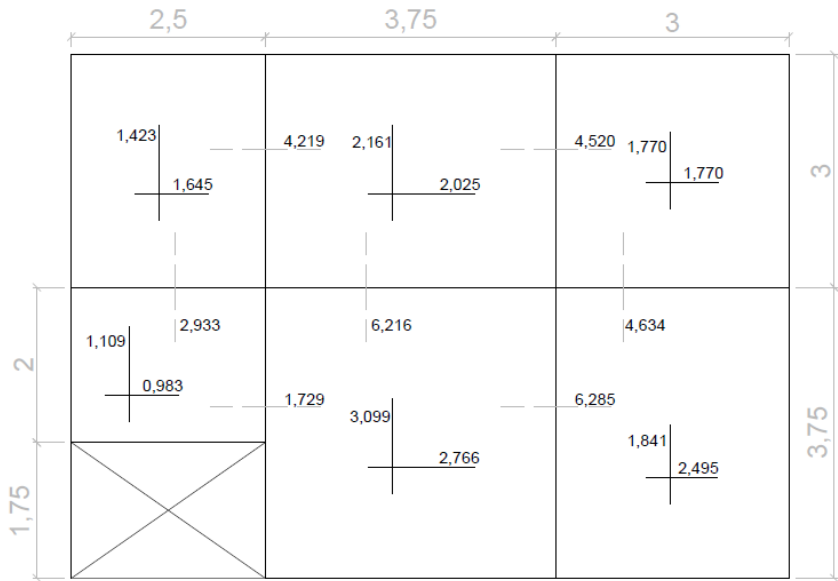


Figura 20: Momentos de cálculo corrigidos atuantes no painel modificado II (kN.m/m)

7. CÁLCULO E DETALHAMENTO DAS ARMADURAS

O cálculo e o detalhamento das armaduras das lajes em concreto armado foram feitos atendendo as disposições construtivas da NBR 6118:2007:

a) Diâmetro máximo das barras

Segundo a NBR-6118:2007, o diâmetro das barras não deve ultrapassar 1/8 da espessura da laje.

b) Armadura mínima

O valor da área de aço calculado deve atender à armadura mínima estipulada pela NBR 6118:2007:

- Para armadura positiva de lajes armadas em duas direções:

$$\frac{A_s}{bh} \geq 0,67 \rho_{min}$$

- Para armadura positiva de lajes armadas em uma direção e também para armadura negativa de qualquer laje maciça:

$$\frac{A_s}{bh} \geq \rho_{min}$$

Onde:

$\rho_{min} = 0,15\%$ para seções retangulares de $f_{ck} = 25$ MPa;

c) Armadura máxima

Segundo a NBR 6118:2007, o valor da área de aço calculado não deve ultrapassar 4% da área de concreto.

d) Armadura de distribuição e secundária de flexão

A quantidade de armadura positiva de distribuição de lajes armada em uma direção deve satisfazer a:

- $(A_s/s) \geq 20\%$ da armadura principal e/ou $0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$;
- $\rho_s \geq 0,5 \cdot \rho_{min}$.

e) Espaçamento entre barras

O espaçamento das barras deve ser arredondado para o número inteiro imediatamente inferior, devendo estar dentro dos limites estipulados pela NBR 6118/2003, ou seja, no máximo igual a 2h ou 20 cm, prevalecendo o menor desses dois valores na região dos maiores momentos fletores.

Em caso de armadura secundária de lajes armadas em uma direção, os limites acima não são obrigatórios. Contudo um espaçamento máximo de 3 barras/m deve ser sempre respeitado, ou seja, $s \leq 33 \text{ cm}$.

O cálculo da armadura é feito segundo as seguintes prescrições da NBR 6118 descritas a seguir.

A área de aço é determinada através da equação 50.

$$A_s = \frac{M_{sd}}{f_{yd}(d-0,4x)} \quad (50)$$

Onde:

M_{sd} = momento fletor solicitante de cálculo;

f_{yd} = resistência de cálculo do aço;

d = altura útil de dimensionamento;

x = posição da linha neutra.

O momento fletor de cálculo é o momento fletor, da direção considerada, majorado por 1,4.

A resistência de cálculo do aço é dada pela divisão da resistência à tração do mesmo por 1,15.

No cálculo da altura útil de dimensionamento, a variável d'' poderá ter valores diferentes de acordo com a posição da armadura, como pode ser visto abaixo:

- Menor vão: $d''_x = c + 0,5 * \emptyset_{x,est}$;
- Maior vão: $d''_y = c + \emptyset_{x,est} + 0,5 * \emptyset_{y,est}$;
- Momento fletor negativo, sobre o apoio: $d''_{neg} = c + 0,5 * \emptyset_{est}$.

A posição da linha neutra é dada pela equação abaixo:

$$x = 1,25d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_{sd}}{0,425f_{cd}b_wd^2}} \right] \quad (51)$$

Onde:

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto a 28 dias, igual a resistência característica minorada por 1,4;

b_w = largura da seção, para o cálculo de lajes considera-se igual a 1m.

O detalhamento das armaduras das lajes dos três painéis segue as prescrições da norma NBR 6118:2007. As armaduras positivas foram detalhadas com o comprimento de acordo com o vão da laje, sem utilizar detalhamento diferenciado próximo aos apoios.

O número de barras de aço necessário para 1m de laje é calculado através da divisão da área de aço calculada pela área de aço de uma barra do diâmetro utilizado. O valor encontrado deve ser sempre arredondado para um número imediatamente superior.

O espaçamento entre as barras de aço é calculado através da divisão de 100 cm pelo número de barras calculado. Após o cálculo deve-se comparar com o espaçamento máximo estabelecido pela NBR 6118:2007.

A quantidade de barras na laje é dada pelo vão livre da laje, na direção oposta da armadura calculada, dividido pelo espaçamento entre as barras de aço menos 1. O resultado deve ser arredondado para um número imediatamente superior.

Os comprimentos das barras de aço para os momentos fletores positivos, nas duas direções, são calculados adicionando o valor de 10 ϕ em cada apoio ao comprimento do vão livre.

O comprimento das barras de aço para o momento fletor negativo é calculado através da equação 52.

$$C = g_e + 10\phi + 2 * 0,25 * l_{x,max} + 10\phi + g_d \quad (52)$$

Onde:

g_e = gancho do lado esquerdo, dado por $g_e = h_e - c_s - c_i$, onde h_e é a altura da laje da esquerda;

g_d = gancho do lado direito, dado por $g_d = h_d - c_s - c_i$, onde h_d é a altura da laje da direita;

c_s e c_i = cobrimentos superior e inferior das lajes, respectivamente;

ϕ = Diâmetro da barra utilizada;

$$l_{x,max} \geq \begin{cases} l_{x,e}: \text{menor vão da laje da esquerda} \\ l_{x,d}: \text{menor vão da laje da direita} \end{cases}$$

7.1. CÁLCULO E DETALHAMENTO DA ARMADURA PARA O PAINEL ORIGINAL

A armadura mínima positiva para o painel original, armado em duas direções, é:

$$\frac{A_s}{bh} \geq 0,67\rho_{min} \Rightarrow A_{s,min} = 0,67 * 0,0015 * 100 * 8 \Rightarrow A_{s,min} = 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A armadura positiva das lajes do painel original foi calculada segundo as prescrições descritas acima e pode ser vista na Tabela 2. Ressalta-se que foram realizados cálculos com os diâmetros de 5.0, 6.3 e 8.0 mm, sendo que o diâmetro de 5.0 mm foi considerado o mais recomendável para as duas direções.

Tabela 2: Armaduras positivas calculadas para as lajes do painel original

Armadura calculada					
Laje 1		Laje 2		Laje 3	
$A_{sx}^+ =$	0,558 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,752 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,601 cm ² /m
$A_{sy}^+ =$	0,452 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,758 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,661 cm ² /m
Laje 4		Laje 5		Laje 6	
$A_{sx}^+ =$	0,717 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,714 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,853 cm ² /m
$A_{sy}^+ =$	0,417 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	1,142 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,688 cm ² /m

Como os cálculos das armaduras das lajes L1, L2, L3 e L4, nas duas direções, L5, na direção x, e L6, na direção y, resultaram menores que a armadura mínima calculada, opta-se por utilizar a armadura mínima para estes casos, agindo a favor da segurança estrutural.

A armadura mínima negativa para o painel original é:

$$\frac{A_s}{bh} \geq \rho_{min} \Rightarrow A_{s,min} = 0,0015 * 100 * 8 \Rightarrow A_{s,min} = 1,2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A armadura negativa das lajes do painel original pode ser vista na tabela abaixo. Observa-se que no encontro entre as lajes L1-L4 a armadura calculada resultou menor

do que a armadura mínima calculada, por isso a armadura mínima deve ser utilizada neste caso.

Tabela 3: Armadura negativa calculada para o painel original

Armaduras negativas calculadas (cm²/m)						
L1-L2	L2-L3	L4-L5	L5-L6	L1-L4	L2-L5	L3-L6
1,34	1,44	1,73	1,90	1,08	1,76	1,48

O resumo das armaduras estabelecidas para o painel original pode ser visto na Figura 21. O diâmetro utilizado para as barras da armadura negativa calculada foi de 5.0 mm.

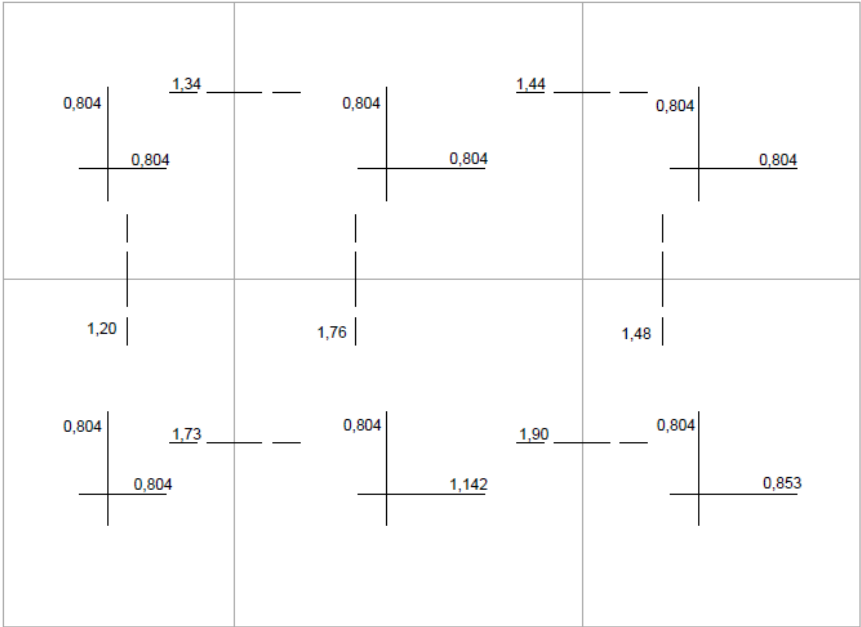


Figura 21: Resumo da armadura calculada para o painel original (cm²/m)

O detalhamento da armadura calculada para o painel original foi feito respeitando as recomendações da NBR 6118 e pode ser visto na **Figura 22**.

O Anexo II apresenta maiores detalhes acerca dos cálculos realizados para a obtenção deste item.

N	Ø (mm)	Q	C unit (cm)	C total (cm)
1	5.0	18	260	4680
2	5.0	18	385	6930
3	5.0	18	310	5580
4	5.0	23	260	5980
5	5.0	23	385	8855
6	5.0	23	310	7130
7	5.0	15	310	4650
8	5.0	23	310	7130
9	5.0	18	310	5580
10	5.0	15	385	5775
11	5.0	23	385	8855
12	5.0	18	385	6930
13	5.0	21	169	3549
14	5.0	21	169	3549
15	5.0	33	207	6831
16	5.0	37	207	7659
17	5.0	15	144	2160
18	5.0	33	207	6831
19	5.0	20	169	3380

Ø (mm)	C total (cm)	Peso + 10% (kg)
5.0	112034	190

Figura 22: Detalhamento da armadura calculada para o painel original

7.2. CÁLCULO E DETALHAMENTO DA ARMADURA PARA O PAINEL MODIFICADO I

A armadura mínima positiva para o painel modificado I é a mesma calculada anteriormente para o painel original, ou seja, $A_{s,min} = 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$, com exceção da laje L6, que é armada em uma direção e tem como armadura mínima $A_{s,min} = 1,2 \text{ cm}^2/\text{m}$.

A armadura mínima negativa para o painel modificado I também é a mesma calculada para o painel original, ou seja, $A_{s,min} = 1,2 \text{ cm}^2/\text{m}$.

O diâmetro estimado para as barras foi de 5 mm, tanto para as duas direções quanto para a armadura negativa.

A armadura positiva das lajes do painel modificado I pode ser vista na Tabela 4.

Tabela 4: Armaduras positivas calculadas para as lajes do painel modificado I

Armadura calculada							
Laje 1			Laje 2			Laje 3	
$A_{sx}^+ =$	0,558	cm²/m	$A_{sx}^+ =$	0,853	cm²/m	$A_{sx}^+ =$	0,368 cm²/m
$A_{sy}^+ =$	0,452	cm²/m	$A_{sy}^+ =$	0,644	cm²/m	$A_{sy}^+ =$	0,156 cm²/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6	
$A_{sx}^+ =$	0,717	cm²/m	$A_{sx}^+ =$	1,055	cm²/m	$A_{sx}^+ =$	0,442 cm²/m
$A_{sy}^+ =$	0,417	cm²/m	$A_{sy}^+ =$	1,046	cm²/m	$A_{sy}^+ =$	- cm²/m

Como os cálculos das armaduras das lajes L1, L3 e L4, nas duas direções, L2, na direção y, e L6, na direção x, resultaram menores que a armadura mínima calculada, opta-se por utilizar a armadura mínima para estes casos, agindo a favor da segurança estrutural. Para a armadura na direção y da laje L6 se utilizou armadura de distribuição mínima de $0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$.

A armadura negativa para a 1ª hipótese de vinculação do painel modificado I foi calculada, segundo as prescrições da NBR 6118, e pode ser vista na Tabela 5.

Tabela 5: Armaduras negativas calculadas para o painel modificado I

Armaduras negativas calculadas (cm^2/m)						
L1-L2	L2-L3	L4-L5	L5-L6	L1-L4	L2-L5	L3-L6
1,38	0,465	1,86	0,490	1,085	2,04	0,320

Como os cálculos das armaduras negativas entre as lajes L2-L3, L5-L6, L1-L4 e L3-L6 resultaram menores que a armadura mínima negativa calculada, opta-se por utilizar a armadura negativa mínima nestes casos.

Na Figura 23 se encontra o resumo das armaduras estabelecidas para o painel modificado I.

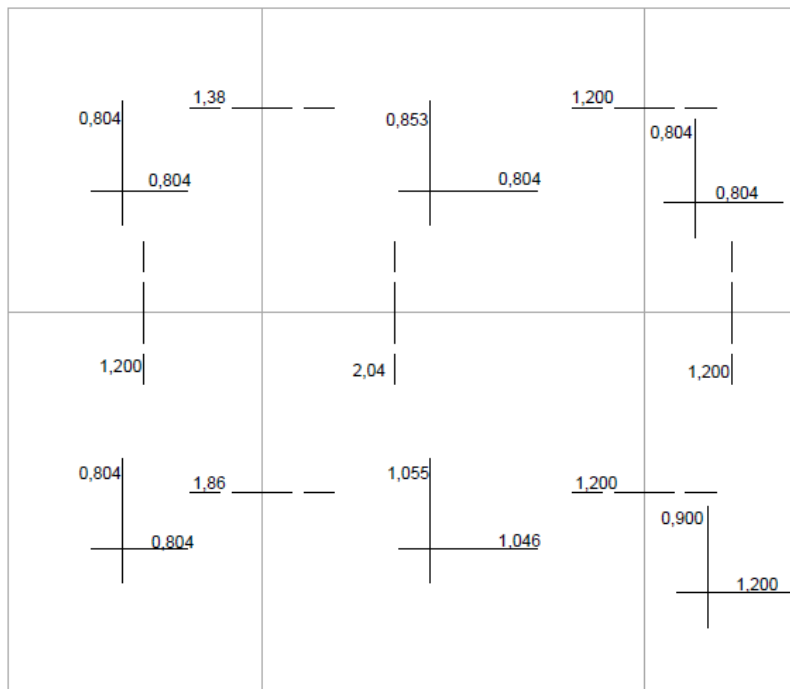


Figura 23: Armadura calculada para o painel modificado I (cm²/m)

O detalhamento da armadura calculada para o painel modificado I foi feito respeitando as recomendações da NBR 6118 e pode ser visto na **Figura 24**. O Anexo II apresenta maiores detalhes acerca dos cálculos realizados.

15 N7 Ø 5 c/ 16 - 31	18 N1 Ø 5 c/ 16 - 200	21 N13 Ø 5 c/ 14 - 169	23 N8 Ø 5 c/ 16 - 31	18 N2 Ø 5 c/ 16 - 385	18 N3 Ø 5 c/ 16 - 160	9 N9 Ø 5 c/ 16 - 31
				18 N14 Ø 5 c/ 16 - 169		
15 N10 Ø 5 c/ 16 - 385	23 N4 Ø 5 c/ 16 - 200	15 N17 Ø 5 c/ 16 - 144	23 N11 Ø 5 c/ 16 - 385	37 N18 Ø 5 c/ 10 - 207	9 N19 Ø 5 c/ 16 - 94	7 N12 Ø 5 c/ 20 - 385
		37 N15 Ø 5 c/ 10 - 207		23 N16 Ø 5 c/ 16 - 207		
				23 N5 Ø 5 c/ 16 - 385	23 N6 Ø 5 c/ 16 - 160	

1	5.0	18	260	4680
2	5.0	18	385	6930
3	5.0	18	160	2880
4	5.0	23	260	5980
5	5.0	23	385	8855
6	5.0	23	160	3680
7	5.0	15	310	4650
8	5.0	23	310	7130
9	5.0	9	310	2790
10	5.0	15	385	5775
11	5.0	23	385	8855
12	5.0	7	385	2695
13	5.0	21	169	3549
14	5.0	18	169	3042
15	5.0	37	207	7659
16	5.0	23	207	4761
17	5.0	15	144	2160
18	5.0	37	207	7659
19	5.0	9	94	846

Ø (mm)	C total (cm)	Peso + 10% (kg)
5.0	94576	160

Figura 24: Detalhamento da armadura calculada para o painel modificado I

7.3. CÁLCULO E DETALHAMENTO DA ARMADURA PARA O PAINEL MODIFICADO II

A armadura mínima positiva para o painel modificado II é a mesma calculada para os painéis anteriores, ou seja, $A_{s,min} = 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$.

A armadura mínima negativa para o painel modificado II também é a mesma calculada para os painéis anteriores, ou seja, $A_{s,min} = 1,2 \text{ cm}^2/\text{m}$.

O diâmetro estimado para as barras foi de 8 mm, tanto para as duas direções quanto para a armadura negativa.

A armadura positiva das lajes do painel modificado II pode ser vista na Tabela 6.

Tabela 6: Armaduras positivas calculadas para as lajes do painel modificado II

Armadura positiva calculada								
Laje 1			Laje 2			Laje 3		
$A_{sx}^+ =$	0,558	cm^2/m	$A_{sx}^+ =$	0,737	cm^2/m	$A_{sx}^+ =$	0,601	cm^2/m
$A_{sy}^+ =$	0,529	cm^2/m	$A_{sy}^+ =$	0,758	cm^2/m	$A_{sy}^+ =$	0,661	cm^2/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
$A_{sx}^+ =$	0,374	cm^2/m	$A_{sx}^+ =$	1,067	cm^2/m	$A_{sx}^+ =$	0,853	cm^2/m
$A_{sy}^+ =$	0,363	cm^2/m	$A_{sy}^+ =$	1,046	cm^2/m	$A_{sy}^+ =$	0,688	cm^2/m

Como os cálculos das armaduras das lajes L1, L2, L3 e L4, nas duas direções e L6, na direção y, resultaram menores que a armadura mínima calculada, opta-se por utilizar a armadura mínima para estes casos, agindo a favor da segurança estrutural.

A armadura negativa para o painel modificado II foi calculada, segundo as prescrições da NBR 6118, e pode ser vista na Tabela 7.

Tabela 7: Armaduras negativas calculadas para o painel modificado II

Armaduras negativas calculadas (cm^2/m)						
L1-L2	L2-L3	L4-L5	L5-L6	L1-L4	L2-L5	L3-L6
1,34	1,44	0,538	2,04	0,923	2,02	1,48

Como os cálculos das armaduras negativas entre as lajes L4-L5 e L1-L4 resultaram menores que a armadura mínima negativa calculada, opta-se por utilizar a armadura negativa mínima nestes casos.

Na Figura 25, encontra-se o resumo das armaduras estabelecidas para o painel modificado II.

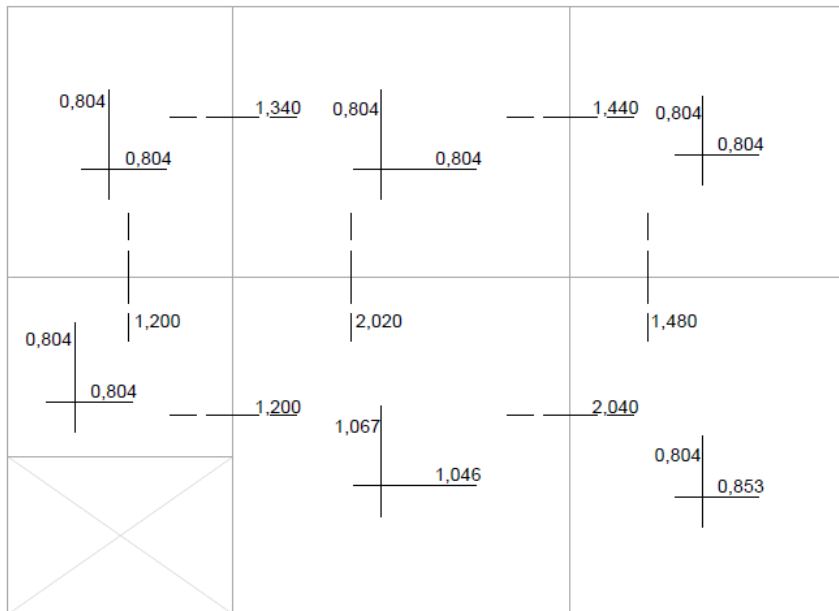


Figura 25: Armadura calculada para o painel modificado II (cm²/m)

O detalhamento da armadura calculada para o painel modificado II foi feito respeitando as recomendações da NBR 6118 e pode ser visto na **Figura 26**. O Anexo II apresenta maiores detalhes acerca dos cálculos realizados.

N	Ø (mm)	Q	C unit (cm)	C total (cm)
1	5.0	18	260	4680
2	5.0	18	385	6930
3	5.0	18	310	5580
4	5.0	13	260	3380
5	5.0	23	385	8855
6	5.0	23	310	7130
7	5.0	15	310	4650
8	5.0	23	310	7130
9	5.0	18	310	5580
10	5.0	15	210	3150
11	5.0	23	385	8855
12	5.0	18	385	6930
13	5.0	21	169	3549
14	5.0	21	169	3549
15	5.0	12	207	2484
16	5.0	37	207	7659
17	5.0	15	144	2160
18	5.0	37	207	7659
19	5.0	24	169	4056

Ø (mm)	C total (cm)	Peso + 10% (kg)
5.0	103566	176

Figura 26: Detalhamento da armadura calculada para o painel modificado II

8. ESTADO LIMITE DE SERVIÇO

Segundo a NBR 6118:2007, a verificação dos valores limites para a deformação da estrutura deve ser realizada através de modelos que considerem a rigidez efetiva das seções do elemento estrutural, ou seja, que levem em consideração a presença da armadura, a existência de fissuras no concreto e as deformações diferidas no tempo. A deformação real da estrutura depende também do processo construtivo, assim como das propriedades dos materiais no momento de sua efetiva sollicitação.

Quando submetido a esforços de tração ou flexão, o concreto estrutural apresenta três fases distintas de comportamento, denominadas de estádios. A primeira fase é o Estádio I, que pode ser chamada de não fissurada, onde se observa o comportamento de um elemento composto de concreto e aço, onde todo o concreto resiste aos esforços de tração e compressão e o aço colabora na resistência à tração. Embora o comportamento do concreto não seja perfeitamente elástico linear, nessa fase pode-se admitir que seja, pois a diferença é muito pequena. A segunda fase é o Estádio II, que inicia quando a carga atinge um valor superior a resistência à tração do concreto e tem início então o aparecimento de fissuras. O Estádio II tem dois momentos distintos, o primeiro onde se formam as fissuras a medida que a carga aumenta e o segundo onde as fissuras se estabilizam e suas aberturas e extensões aumentam. A terceira fase é o Estádio III, onde um dos dois materiais, ou ambos, apresenta escoamento.

Na verificação do estado limite de deformação excessiva, é levada em conta a combinação quase permanente de serviço. Para isso, são utilizados coeficientes de ponderação em todas as ações variáveis. Como os painéis em estudo têm finalidade residencial, definiu-se o coeficiente de ponderação $\psi_2 = 0,3$. Definido o carregamento, utiliza-se a equação abaixo para determinar os carregamentos de serviço e em seguida os momentos fletores de serviço na seção crítica, utilizando as equações 45, 46, 47 e 48.

$$p_{ser} = g_k + \psi_2 \cdot q_k \quad (53)$$

Segundo a NBR 6118: 2007, nos estados limites de serviço as estruturas trabalham parcialmente no estágio I e parcialmente no estágio II. O primeiro passo

para a determinação das flechas é verificar em que estágio a placa se encontra, comparando-se o momento de fissuração com o momento fletor de serviço. O momento de fissuração é calculado pela equação abaixo:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ctm} \cdot I_c}{y_t} \quad (54)$$

Onde:

α = fator de correlação de resistência à tração na flexão e resistência à tração direta. Utiliza-se $\alpha = 1,5$ para seções retangulares;

y_t = distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

I_c = momento de inércia da seção bruta do concreto;

f_{ctm} = resistência à tração direta do concreto.

Após o cálculo dos momentos de serviço e de fissuração, é feita a comparação entre os dois. Se o momento de serviço for menor que o momento de fissuração, as deformações são determinadas no estágio I, calcula-se então a flecha considerando a inércia bruta da peça. Se o momento de serviço for maior que o momento de fissuração, a peça encontra-se fissurada, portanto no estágio II. Neste caso, na aplicação da equação utilizada para o cálculo de flechas em lajes armadas em duas direções, deve ser utilizada a inércia equivalente (EI_{eq}), obtida através da equação abaixo:

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I \quad (55)$$

Onde:

I_{II} = momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado

com $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$;

M_a = momento fletor de serviço na seção crítica do vão considerado, momento máximo no vão para vigas bi apoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

M_r = momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;

E_{cs} = módulo de elasticidade secante do concreto.

Para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada no estágio II, é necessário conhecer a posição da linha neutra neste estágio. Com base na Figura 27, obtêm-se as equações da posição da linha neutra e do momento de inércia da seção fissurada respectivamente:

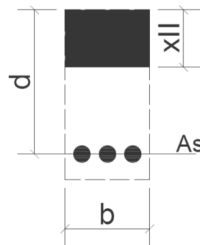


Figura 27: Seção fissurada retangular

$$x_{II} = \frac{\alpha_e A_s}{b_w} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2\alpha_e b d}{A_s}} \right) \quad (56)$$

$$I_{II} = \frac{b x_{II}^3}{3} + \alpha_e A_s (d - x_{II})^2 \quad (57)$$

Para o cálculo da flecha imediata, utiliza-se a equação abaixo:

$$f_0 = \frac{\alpha \cdot b \cdot p_{d,ser} \cdot l_x^4}{1200 \cdot (EI)_{eq}} \quad (58)$$

Onde:

α = coeficiente em função da condição de contorno da laje e do coeficiente λ , obtido através das tabelas de BARES. Este coeficiente é apenas uma estimativa e o valor é apenas aproximado.

Para o cálculo da flecha adicional diferida, decorrente das cargas de longa

duração em função da fluência, utiliza-se a equação abaixo:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1+50\rho'} \quad (59)$$

Onde:

$$\rho' = \frac{A_{s'}}{bd} \text{ (taxa de armadura negativa, 0 para lajes);}$$

$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$, onde ξ é um coeficiente função do tempo, que deve ser calculado pela equação 63, quando $t \leq 70$ meses, ou obtido diretamente na Tabela 8.

$$\xi(t) = 0,68(0,996^t)t^{0,32} \quad (60)$$

Tabela 8: Valores de ξ em função do tempo

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
$\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

t = tempo, em meses, no qual se deseja o valor da flecha diferida;

t_0 = idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração.

Para o cálculo da flecha total (f_∞), multiplica-se a flecha imediata por $(1+\alpha_f)$.

Segundo a NBR 6118:2007, os Estados Limites de Serviço estão relacionados à durabilidade e aparência das estruturas, conforto do usuário e à boa utilização funcional da mesma.

Os deslocamentos limites são classificados pela NBR 6118:2007 em quatro grupos básicos, relacionados abaixo:

a) Aceitabilidade sensorial: o limite é caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável;

b) Efeitos específicos: os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção;

c) Efeitos em elementos não estruturais: deslocamentos estruturais podem

ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados;

d) Efeitos em elementos estruturais: os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas. Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.

Neste trabalho, apenas os subitens do item (a) serão estudados, como pode ser visto a seguir.

- Limite sensorial visual

Segundo a NBR 6118:2007, o limite sensorial visual, que pode ser exemplificado como deslocamentos visíveis em elementos estruturais, deve ser verificado do seguinte modo:

$$f_{\infty} \leq f_{adm} = l_x / 250$$

- Limite sensorial de vibração

Segundo a NBR 6118:2007, o limite sensorial de vibração, que pode ser exemplificado como vibrações sentidas no piso, deve ser verificado do seguinte modo:

$$f_0(q) = \frac{f_0 * q}{p} \leq f_{adm} = l_x / 350$$

8.1. DETERMINAÇÃO E VERIFICAÇÃO DAS FLECHAS DO PAINEL ORIGINAL

O primeiro passo para a determinação das flechas é verificar em que estágio a placa se encontra, comparando-se o momento de fissuração com o momento fletor de serviço. Como todas as lajes do painel original possuem base e alturas iguais, o momento de fissuração é igual para todas, como pode ser visto abaixo:

$$M_r = \frac{1,5 * 2,565 * 4,3 \times 10^{-5}}{0,04} \Rightarrow M_r = 4,104 \text{ kN.m/m}$$

Os momentos de serviço para as lajes do painel original foram calculados e podem ser observados na Tabela 9.

Tabela 9: Momentos de serviço atuantes no painel original

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
$M_{x,ser}^+ =$	0,846	kN.m/m	$M_{x,ser}^+ =$	1,111	kN.m/m	$M_{x,ser}^+ =$	0,910	kN.m/m
$M_{x,ser}^- =$	1,955	kN.m/m	$M_{x,ser}^- =$	2,854	kN.m/m	$M_{x,ser}^- =$	2,265	kN.m/m
$M_{y,ser}^+ =$	0,628	kN.m/m	$M_{y,ser}^+ =$	0,904	kN.m/m	$M_{y,ser}^+ =$	0,910	kN.m/m
$M_{y,ser}^- =$	1,717	kN.m/m	$M_{y,ser}^- =$	2,385	kN.m/m	$M_{y,ser}^- =$	2,265	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
$M_{x,ser}^+ =$	1,082	kN.m/m	$M_{x,ser}^+ =$	1,078	kN.m/m	$M_{x,ser}^+ =$	1,283	kN.m/m
$M_{x,ser}^- =$	2,390	kN.m/m	$M_{x,ser}^- =$	2,764	kN.m/m	$M_{x,ser}^- =$	2,926	kN.m/m
$M_{y,ser}^+ =$	0,556	kN.m/m	$M_{y,ser}^+ =$	1,316	kN.m/m	$M_{y,ser}^+ =$	0,888	kN.m/m
$M_{y,ser}^- =$	1,814	kN.m/m	$M_{y,ser}^- =$	3,124	kN.m/m	$M_{y,ser}^- =$	2,501	kN.m/m

Comparando os valores dos momentos de serviço com o valor do momento de fissuração, conclui-se que as lajes se encontram no Estádio I, portanto, as flechas foram calculadas considerando a inércia bruta da peça.

8.1.1. Verificação do limite sensorial visual para o Painel original

A verificação do limite sensorial visual para o painel original encontra-se na Tabela 10.

Tabela 10: Verificação do limite sensorial visual para o painel original

Laje	f_{∞}	f_{adm}	
L1	0,951	10	(mm)
L2	1,742	12	(mm)
L3	1,429	12	(mm)
L4	1,248	10	(mm)
L5	2,610	15	(mm)
L6	2,097	12	(mm)

Comparando-se os valores das flechas diferidas no tempo com os valores de flechas admissíveis, conclui-se que as lajes do painel original atendem às exigências da NBR 6118:2007 quanto ao limite sensorial visual.

8.1.2. Verificação do limite sensorial de vibração para o Pannel original

A verificação do limite sensorial de vibração para o painel original encontra-se na Tabela 11.

Tabela 11: Verificação do limite sensorial de vibração para o painel original

Laje	$f_{0(q)}$	f_{adm}	
L1	0,154	7,143	(mm)
L2	0,282	8,571	(mm)
L3	0,232	8,571	(mm)
L4	0,202	7,143	(mm)
L5	0,423	10,714	(mm)
L6	0,340	8,571	(mm)

Comparando-se os valores das flechas imediatas de serviço com os valores de flechas admissíveis, conclui-se que as lajes do painel original atendem às exigências da NBR 6118:2007 quanto ao limite sensorial de vibração.

8.2. DETERMINAÇÃO E VERIFICAÇÃO DAS FLECHAS DO PAINEL MODIFICADO I

Como todas as lajes do painel modificado I possuem base e altura iguais às lajes do painel original, o momento de fissuração para todas é igual ao momento de fissuração para as lajes do painel original, ou seja, $M_r = 4,103 \text{ kN.m/m}$.

Os momentos de serviço para as lajes do painel modificado I foram calculados e podem ser observados na **Tabela 12**.

Tabela 12: Momentos de serviço atuantes no painel modificado I

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
$M_{x,ser}^+$	0,846	kN.m/m	$M_{x,ser}^+$	1,283	kN.m/m	$M_{x,ser}^+$	0,465	kN.m/m
$M_{x,ser}^-$	1,955	kN.m/m	$M_{x,ser}^-$	2,926	kN.m/m	$M_{x,ser}^-$	0,963	kN.m/m
$M_{y,ser}^+$	0,628	kN.m/m	$M_{y,ser}^+$	0,888	kN.m/m	$M_{y,ser}^+$	0,152	kN.m/m
$M_{y,ser}^-$	1,717	kN.m/m	$M_{y,ser}^-$	2,501	kN.m/m	$M_{y,ser}^-$	0,664	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
$M_{x,ser}^+$	1,082	kN.m/m	$M_{x,ser}^+$	1,423	kN.m/m	$M_{x,ser}^+$	0,572	kN.m/m
$M_{x,ser}^-$	2,390	kN.m/m	$M_{x,ser}^-$	3,539	kN.m/m	$M_{x,ser}^-$	1,013	kN.m/m
$M_{y,ser}^+$	0,556	kN.m/m	$M_{y,ser}^+$	1,423	kN.m/m	$M_{y,ser}^+$	-	-
$M_{y,ser}^-$	1,814	kN.m/m	$M_{y,ser}^-$	3,539	kN.m/m	$M_{y,ser}^-$	-	-

Comparando os valores dos momentos de serviço com o valor do momento de fissuração, conclui-se que as lajes do painel modificado I se encontram no Estádio I, portanto, as flechas foram calculadas considerando a inércia bruta da peça.

8.2.1. Verificação do limite sensorial visual para o Painel modificado I

A verificação do limite sensorial visual para o painel modificado I se encontra na Tabela 13.

Tabela 13: Verificação do limite sensorial visual para o painel modificado I

Laje	f_{∞}	f_{adm}	
L1	0,951	10	(mm)
L2	2,097	12	(mm)
L3	0,199	6	(mm)
L4	1,248	10	(mm)
L5	3,490	15	(mm)
L6	0,236	6	(mm)

Comparando-se os valores das flechas diferidas no tempo com os valores de flechas admissíveis, conclui-se que as lajes do painel modificado I atendem às exigências da NBR 6118:2007 quanto ao limite sensorial visual.

8.2.2. Verificação do limite sensorial de vibração para o Painel modificado I

A verificação do limite sensorial de vibração para o painel modificado I se encontra na **Tabela 14**.

Tabela 14: Verificação do limite sensorial de vibração para o painel modificado I

Laje	$f_{0(q)}$	f_{adm}	
L1	0,154	7,143	(mm)
L2	0,340	8,571	(mm)
L3	0,032	4,286	(mm)
L4	0,202	7,143	(mm)
L5	0,566	10,714	(mm)
L6	0,038	4,286	(mm)

Comparando-se os valores das flechas imediatas de serviço com os valores de flechas admissíveis, conclui-se que as lajes do painel modificado I atendem às exigências da NBR 6118:2007 quanto ao limite sensorial de vibração.

8.3. DETERMINAÇÃO E VERIFICAÇÃO DAS FLECHAS DO PAINEL MODIFICADO II

Como todas as lajes do painel modificado II possuem base e altura iguais às dos painéis anteriores, o momento de fissuração para todas é o mesmo, ou seja, $M_r = 4,104 \text{ kN.m/m}$.

Os momentos de serviço para as lajes do painel modificado II podem ser observados na **Tabela 15**.

Tabela 15: Momentos de serviço atuantes no painel modificado II

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
$M_{x,ser}^+ =$	0,846	kN.m/m	$M_{x,ser}^+ =$	1,111	kN.m/m	$M_{x,ser}^+ =$	0,910	kN.m/m
$M_{x,ser}^- =$	1,955	kN.m/m	$M_{x,ser}^- =$	2,854	kN.m/m	$M_{x,ser}^- =$	2,265	kN.m/m
$M_{y,ser}^+ =$	0,628	kN.m/m	$M_{y,ser}^+ =$	0,904	kN.m/m	$M_{y,ser}^+ =$	0,910	kN.m/m
$M_{y,ser}^- =$	1,717	kN.m/m	$M_{y,ser}^- =$	2,385	kN.m/m	$M_{y,ser}^- =$	2,265	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
$M_{x,ser}^+ =$	0,570	kN.m/m	$M_{x,ser}^+ =$	1,423	kN.m/m	$M_{x,ser}^+ =$	1,283	kN.m/m
$M_{x,ser}^- =$	1,300	kN.m/m	$M_{x,ser}^- =$	3,539	kN.m/m	$M_{x,ser}^- =$	2,926	kN.m/m
$M_{y,ser}^+ =$	0,395	kN.m/m	$M_{y,ser}^+ =$	1,423	kN.m/m	$M_{y,ser}^+ =$	0,888	kN.m/m
$M_{y,ser}^- =$	1,112	kN.m/m	$M_{y,ser}^- =$	3,539	kN.m/m	$M_{y,ser}^- =$	2,501	kN.m/m

Comparando os valores dos momentos de serviço com o valor do momento de fissuração, conclui-se que as lajes do painel modificado II se encontram no Estádio I, portanto, as flechas foram calculadas considerando a inércia bruta da peça.

8.3.1. Verificação do limite sensorial visual para o Painel modificado II

A verificação do limite sensorial visual para o painel modificado II se encontra na Tabela 16.

Tabela 16: Verificação do limite sensorial visual para o painel modificado II

Laje	f_{∞}	f_{adm}	
L1	0,951	10	(mm)
L2	1,742	12	(mm)
L3	1,429	12	(mm)
L4	0,414	8	(mm)
L5	3,490	15	(mm)
L6	2,097	12	(mm)

Comparando-se os valores das flechas diferidas no tempo com os valores de flechas admissíveis, conclui-se que as lajes do painel modificado II atendem às exigências da NBR 6118:2007 quanto ao limite sensorial visual.

8.3.2. Verificação do limite sensorial de vibração para o Painel modificado II

A verificação do limite sensorial de vibração para o painel modificado II se encontra na Tabela 17.

Tabela 17: Verificação do limite sensorial de vibração para o painel modificado II

Laje	$f_{0(q)}$	f_{adm}	
L1	0,154	7,143	(mm)
L2	0,282	8,571	(mm)
L3	0,232	8,571	(mm)
L4	0,067	5,714	(mm)
L5	0,566	10,714	(mm)
L6	0,340	8,571	(mm)

Comparando-se os valores das flechas imediatas de serviço com os valores de flechas admissíveis, conclui-se que as lajes do painel modificado II atendem às exigências da NBR 6118:2007 quanto ao limite sensorial de vibração.

9. RESULTADOS OBTIDOS COM SOFTWARE

9.1. SOFTWARE UTILIZADO

O software utilizado neste trabalho é o AltoQi Eberick V8 (2013), destinado ao projeto de edificações em concreto armado, que engloba as etapas de lançamento e análise da estrutura, dimensionamento e detalhamento dos elementos, de acordo com a NBR 6118:2007. Este software se destaca por sua produtividade na elaboração dos projetos e no estudo de diferentes soluções para um mesmo projeto.

Neste trabalho serão utilizados os recursos existentes para o cálculo de lajes maciças. O software permite variar carregamento, geometria, condições de apoio e parâmetros de rigidez das barras.

O Eberick V8 calcula os momentos fletores positivos máximos ocorridos em cada laje por dois processos: Analogia de grelha e Grelha isolada. Neste trabalho será utilizado o processo de analogia de grelha.

9.2. CONSIDERAÇÕES REALIZADAS

O software Eberick V8 possui um conjunto de configurações que oferecem ao usuário flexibilidade em modelagem, dimensionamento e detalhamento da estrutura. Através das configurações são definidos os processos de análise, as propriedades dos materiais, as ações, os coeficientes de ponderação das ações e as combinações últimas e de serviço.

Foram adotados pilares de seção 20x20 cm, engastados e de ambiente externo. A fundação foi considerada como sapata. As vigas foram lançadas com seção 20x200 cm, com a finalidade de atuarem como apoios rígidos e indeslocáveis, consideração adotada para o cálculo dos momentos por tabelas em lajes (teoria das placas).

As lajes foram lançadas totalmente engastadas, pois se tivessem sido modeladas simplesmente apoiadas sobre as vigas, não seria prevista armadura negativa nas continuidades, o que levaria a fissuração nessas regiões devido ao comportamento monolítico. Apesar do uso do termo engaste, a vinculação não é um engaste externo, mas sim uma ligação rígida entre os elementos estruturais.

A análise do painel foi realizada pelo processo de pavimentos isolados, considerando 99,9% de redução na torção para vigas e 25 cm de espaçamento das faixas, para uma melhor discretização do painel e obtenção de resultados mais apurados.

9.3. RESULTADOS OBTIDOS

9.3.1. Painel original

A **Figura 28** ilustra os valores dos momentos de cálculo para cada barra do modelo de grelha utilizado, obtidos através do *software* Eberick, para o painel original.

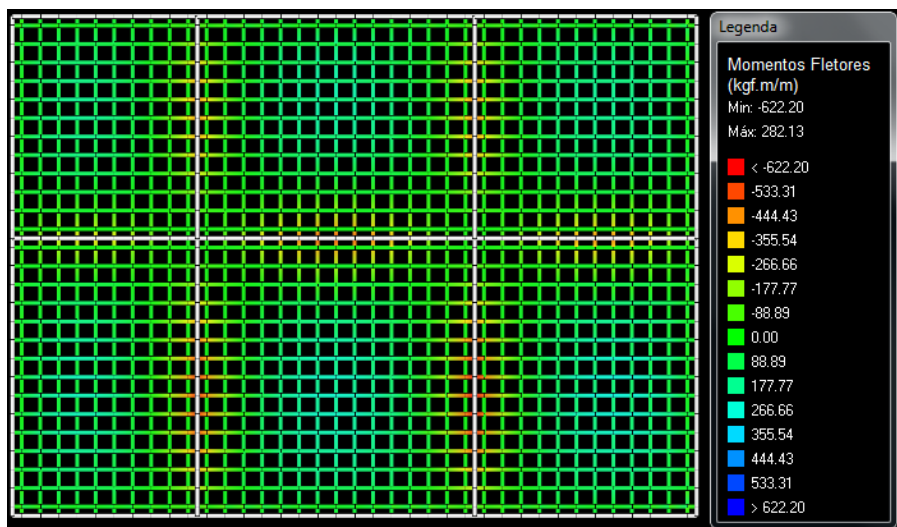


Figura 28: Momentos nas barras de grelha do painel original obtidos através do software Eberick

O resumo dos momentos máximos positivos de cálculo, para cada laje, e dos momentos máximos negativos de cálculo, para cada par de laje, obtidos utilizando o software eberick podem ser vistos na **Figura 29**.

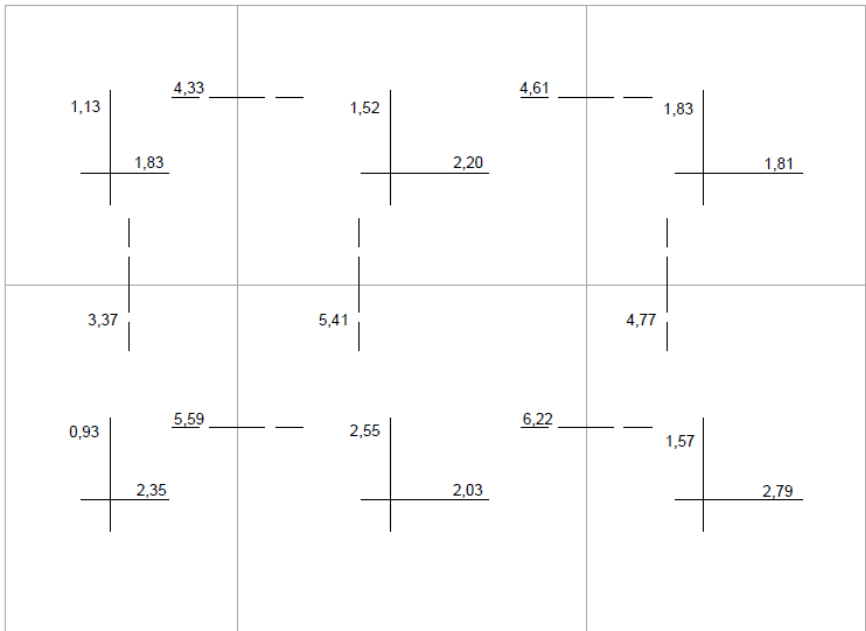


Figura 29: Resumo dos momentos de cálculo atuantes no painel original obtidos através do software Eberick (kNm/m)

9.3.2. Painel modificado I

A **Figura 30** ilustra os valores dos momentos de cálculo para cada barra do modelo de grelha utilizado, obtidos através do software eberick, para o painel modificado I.

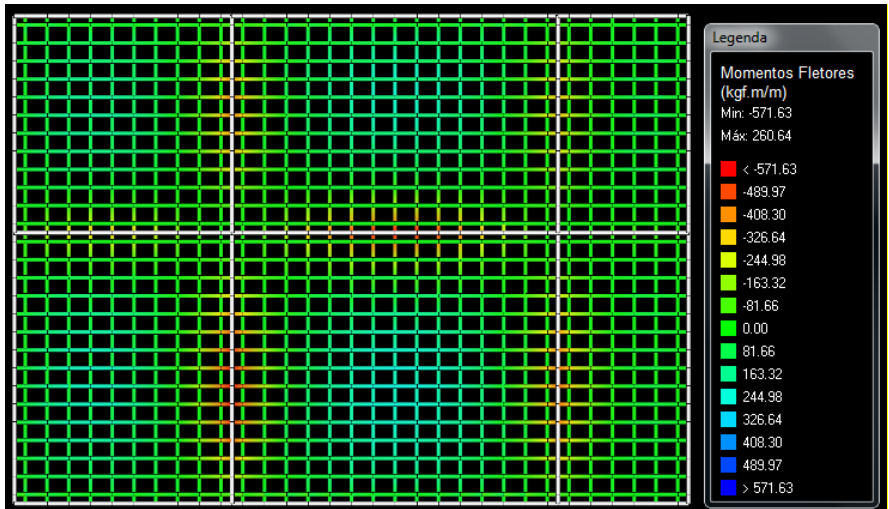


Figura 30: Momentos nas barras de grelha do painel modificado I obtidos através do software Eberick

O resumo dos momentos máximos, positivos e negativos, de cálculo obtidos através do software eberick pode ser visto na **Figura 31**.

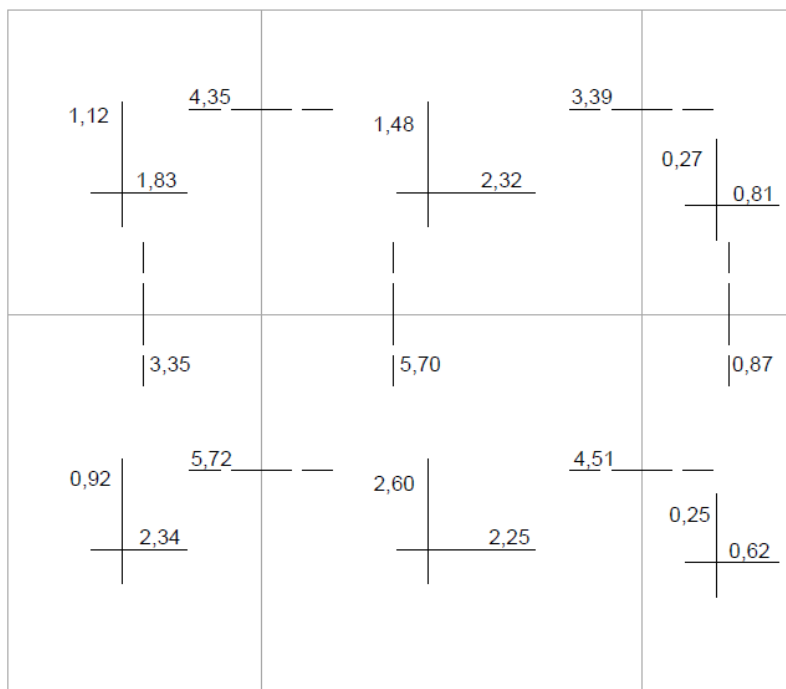


Figura 31: Resumo dos momentos de cálculo atuantes no painel modificado I obtidos através do software Eberick (kNm/m)

O painel modificado I será analisado, a seguir, através de um diagrama de momentos fletores traçado com os resultados obtidos em cada barra, ao longo de uma faixa de grelha. A faixa de grelha a ser analisada é representada na **Figura 32**, já o diagrama traçado para esta determinada faixa de grelha pode ser visto no **Gráfico 1**.

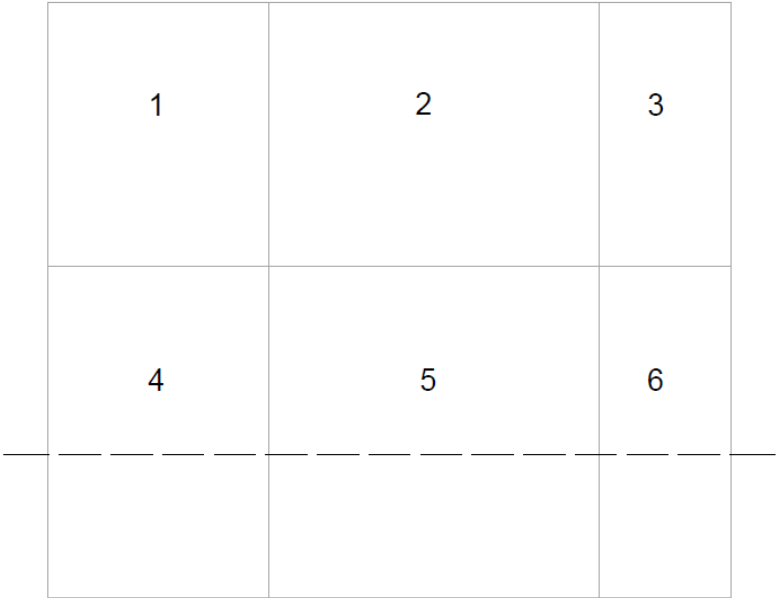


Figura 32: Localização do corte onde será traçado o diagrama de momentos fletores

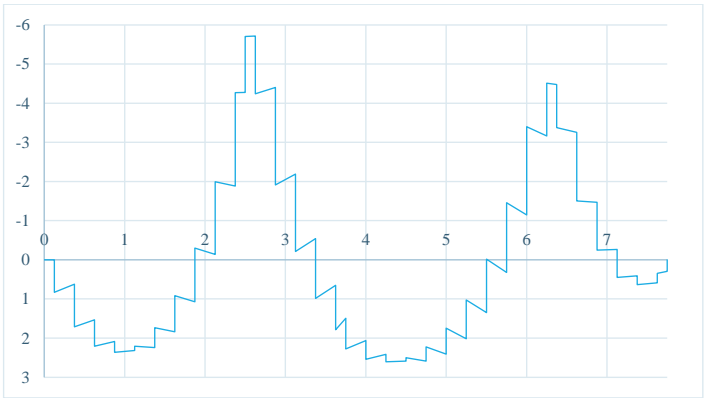


Gráfico 1: Diagrama de momentos fletores ao longo do painel modificado I

Analisando o **Gráfico 1**, observa-se picos de momentos positivos no meio dos vãos das lajes, picos de momentos negativos no encontro das lajes, e valores nulos de momentos nos apoios extremos das lajes L4 e L6, o que já era esperado. Além

disso, observa-se que há pontos de descontinuidade ao longo do diagrama, devido a influência dos esforços torsores atuantes nas barras da grelha.

9.3.3. Painel modificado II

A **Figura 33** ilustra os valores dos momentos de cálculo para cada barra do modelo de grelha utilizado, obtidos através do software eberick, para o painel modificado II.

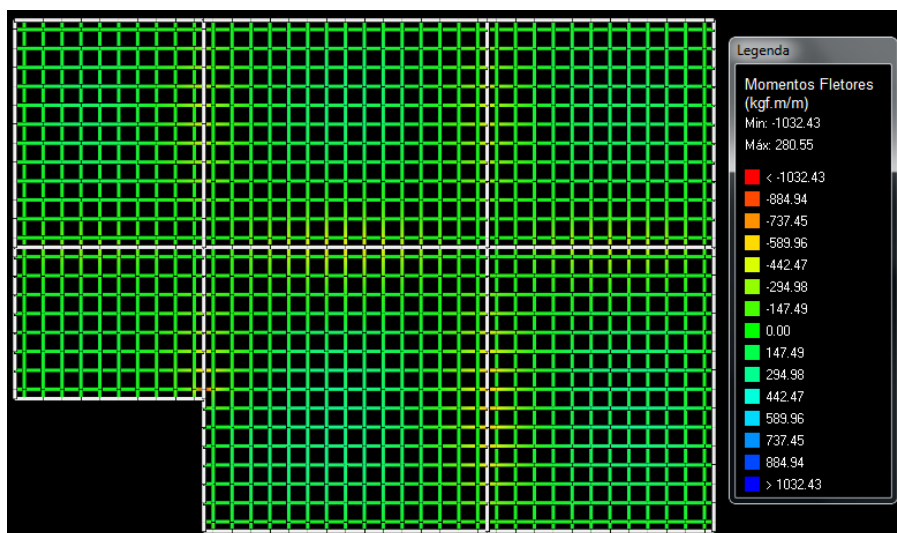


Figura 33: Momentos nas barras de grelha do painel modificado II obtidos através do software Eberick

Ao analisar a grelha do painel modificado II, observa-se que no ponto onde existe reentrância (ligação entre as lajes L4 e L5) ocorre concentração de tensões.

A concentração de tensões leva a valores de momentos máximos muito acima dos apresentados no meio do vão da laje. O software eberick dimensiona a armadura da laje considerando estas concentrações de tensões, o que leva a um dimensionamento excessivo de armadura. Na prática não é necessário este momento elevado, pois devido ao comportamento plástico do concreto armado pode ocorrer uma redistribuição de tensões. Assim, optou-se por realizar um breve estudo acerca

de qual o melhor valor de momento fletor considerar neste caso.

Iniciou-se o estudo plotando os pontos de momento fletor negativo de cada barra de grelha, entre as lajes L4 e L5, em dois gráficos, um apenas com os momentos nas barras da laje L4 e outro com os valores dos momentos negativos das lajes L4 e L5 sobrepostos (**Gráfico 2** e **Gráfico 3** respectivamente).

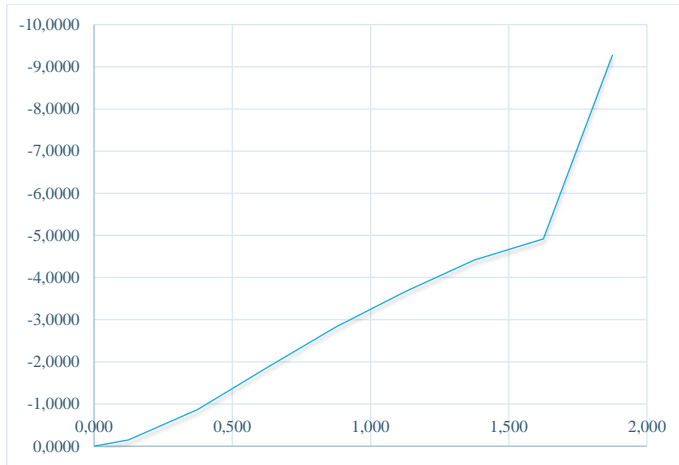


Gráfico 2: Momentos negativos no apoio da laje L4, no encontro L4 - L5 (kNm/m)

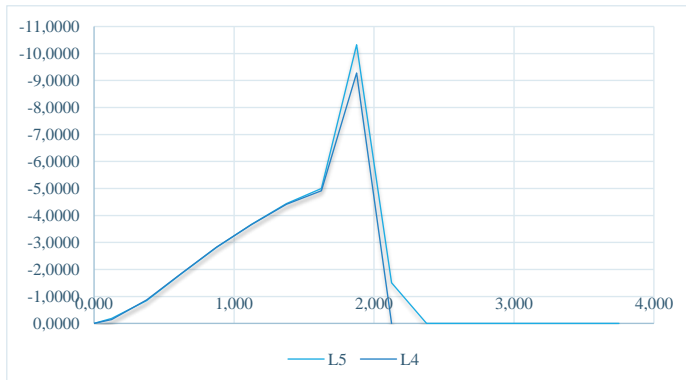


Gráfico 3: Sobreposição dos momentos negativos entre lajes L4 e L5 (kNm/m)

Analisando o **Gráfico 2**, observa-se que o valor de momento fletor mais

adequado para este caso seria em torno de 5 kNm/m, valor máximo antes do pico causado pela concentração de tensões. Analisando o **Gráfico 3** se observa que os momentos negativos das barras de grelha das lajes L4 e L5 são bem próximos.

O resumo dos momentos máximos positivos e negativos de cálculo, obtidos utilizando o software eberick, podem ser vistos na **Figura 34**.

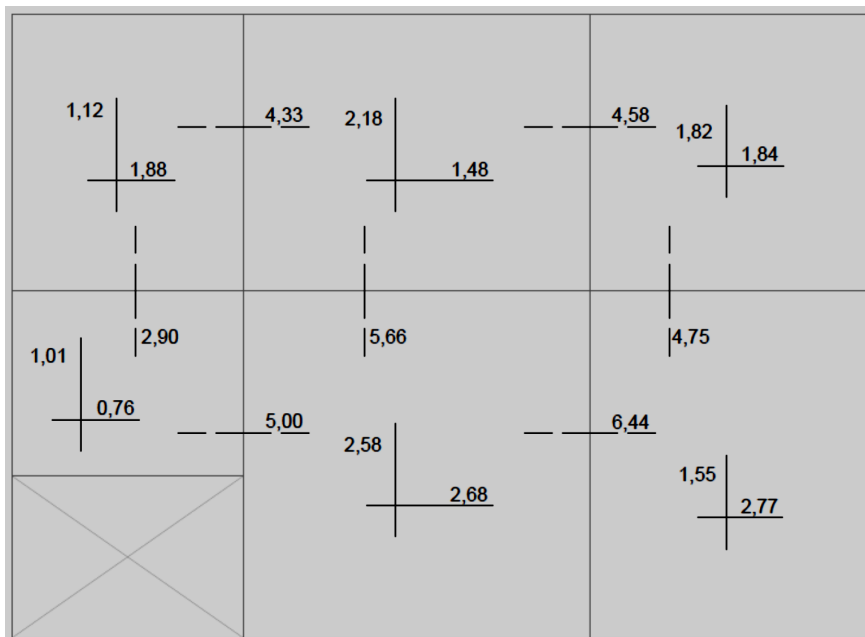


Figura 34: Resumo dos momentos de cálculo atuantes no painel modificado II, obtidos através do software Eberick (kNm/m)

10. SOLUÇÕES ALTERNATIVAS

Neste capítulo serão sugeridas alternativas para o cálculo de lajes de concreto armado com o uso simplificado de tabelas, para que os resultados finais deste método fiquem mais próximos dos resultados obtidos pelo método numérico.

10.1. VINCULAÇÃO DOS BORDOS DAS LAJES

Normalmente, quando duas lajes contínuas possuem dimensões muito diferentes, ou então $M_1 > 2 \times M_2$, apenas a laje de menor dimensão é considerada engastada na de maior dimensão, e a laje com maior dimensão é considerada apenas apoiada na de menor dimensão. Neste trabalho, sugere-se que as lajes sejam consideradas engastadas uma na outra, e não apenas a de menor dimensão. Este item é estudado no painel modificado I.

Quando ao longo do apoio de uma laje há menos de $2/3$ de seu comprimento com continuidade entre lajes vizinhas, tal continuidade é desprezada e o apoio é considerado como simples. Neste trabalho é sugerido o engastamento também para este caso. A comparação entre o usual e a sugestão deste item pode ser vista no estudo do painel modificado II.

Essas sugestões são dadas para poder considerar também os momentos negativos existentes nas lajes que normalmente são consideradas apenas apoiadas.

10.2. COMPATIBILIZAÇÃO DOS MOMENTOS NEGATIVOS

Geralmente o cálculo do momento compatibilizado por duas lajes adjacentes é dado pelo maior dos valores entre a média dos momentos adjacentes e 80% do maior valor dos momentos considerados.

Uma alternativa sugerida neste trabalho para a compatibilização dos momentos negativos é considerar apenas a média dos momentos adjacentes, sem considerar 80% do maior momento para posterior comparação e escolha de qual usar. Isso porque os cálculos dos métodos numéricos são realizados dessa maneira, assim se obteriam valores mais próximos entre os métodos convencional e computacional. Esse item pode ser analisado na 2ª hipótese de vinculação dos painéis modificado I e II. Como o painel original é considerado bem comportado, percebe-se que naturalmente as compatibilizações dos momentos negativos do mesmo resultaram sempre com a média sendo superior a 80% do maior momento.

10.3. CORREÇÃO DOS MOMENTOS POSITIVOS

Os momentos positivos são corrigidos em função da compatibilização dos momentos negativos. Por questões de segurança, opta-se por fazer essa correção apenas quando há um acréscimo de momento positivo.

Sugere-se, como alternativa de cálculo para a correção dos momentos positivos, realizar sempre a correção dos mesmos, não só quando ocorra o aumento, mas quando houver diminuição também. Esta sugestão também é dada pelo motivo que os métodos numéricos utilizam esta maneira de correção de momentos, e assim se obteriam valores mais coerentes com o procedimento computacional.

Os resultados deste item e sua comparação com os métodos convencional de tabelas e computacional podem ser vistos a seguir.

10.4. RESULTADOS DAS SOLUÇÕES ALTERNATIVAS

10.4.1. Painel original

A solução inicial do painel original já engasta todas as lajes entre si, assim a vinculação dos bordos do painel original para a solução alternativa será igual a vinculação estudada anteriormente. Os valores dos cálculos dos momentos podem ser vistos na Figura 13. Como a compatibilização dos momentos negativos das lajes do painel original resultou na média para todos os casos, a compatibilização também será a já estudada anteriormente. Isso demonstra que para um painel bem comportado as soluções alternativas propostas são as próprias soluções estudadas.

A correção de todos os momentos positivos, até dos que diminuem, consiste na única diferença com o que já foi estudado anteriormente, e os valores podem ser vistos na Figura 35.

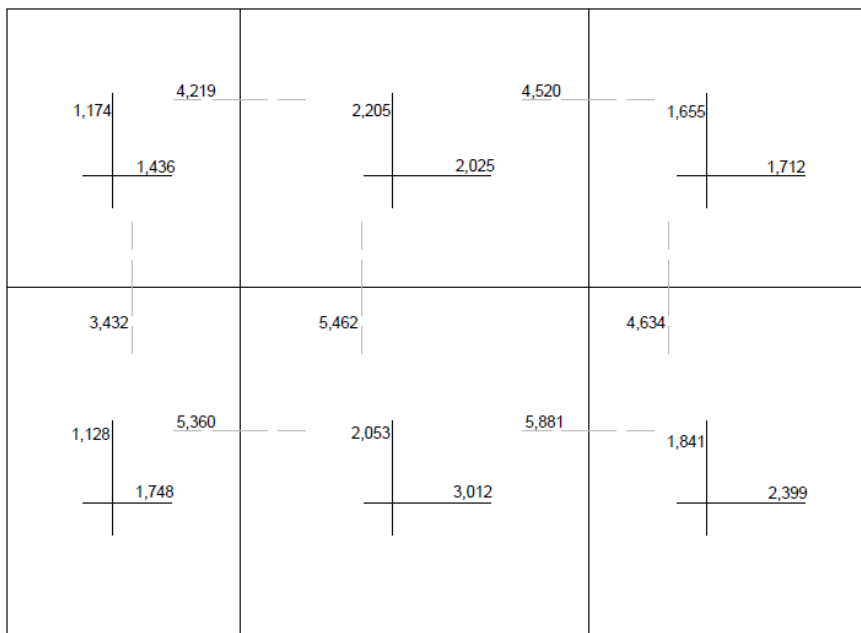


Figura 35: Momentos de cálculo corrigidos para solução alternativa do painel original (kN.m/m)

A armadura positiva das lajes do painel original, calculada para a solução alternativa, pode ser vista na Tabela 18.

Tabela 18: Armaduras positivas calculadas para a solução alternativa do painel original

Armadura calculada					
Laje 1		Laje 2		Laje 3	
$A_{sx}^+ =$	0,486 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,752 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,581 cm ² /m
$A_{sy}^+ =$	0,435 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,825 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,617 cm ² /m
Laje 4		Laje 5		Laje 6	
$A_{sx}^+ =$	0,610 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,718 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,843 cm ² /m
$A_{sy}^+ =$	0,443 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	1,218 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,731 cm ² /m

Como os cálculos das armaduras das lajes L1, L3 e L4, nas duas direções, L2 e L5, na direção x, e L6, na direção y, resultaram menores que a armadura mínima calculada, será utilizada a armadura mínima.

A armadura negativa para a solução alternativa do painel original é a mesma calculada para a solução original, já calculada anteriormente.

O resumo das armaduras estabelecidas para a solução alternativa do painel original pode ser visto na Figura 36.

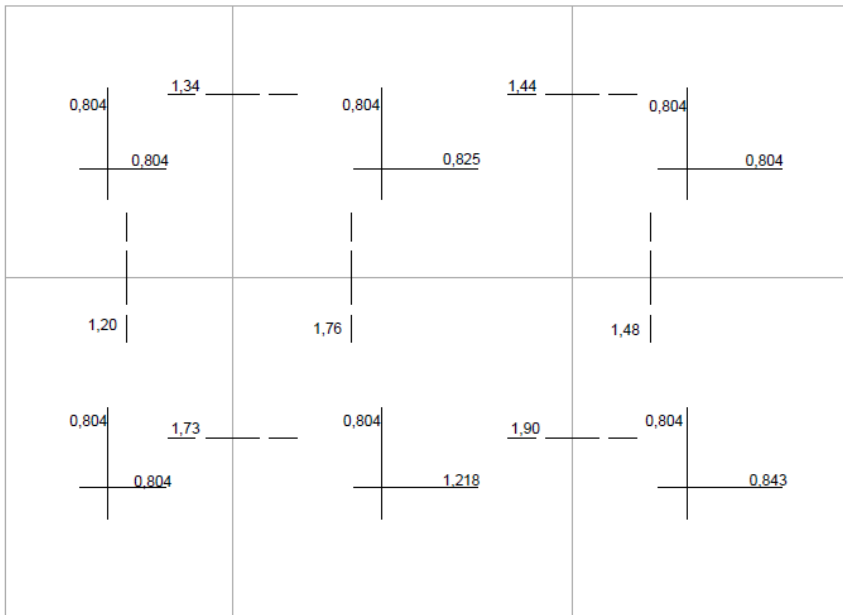


Figura 36: Armadura calculada para a solução alternativa do painel original (cm²/m)

10.4.2. Painel modificado I

A maneira alternativa que o painel modificado I será analisado é com todas as lajes engastadas entre si, como pode ser visto na **Figura 37**.

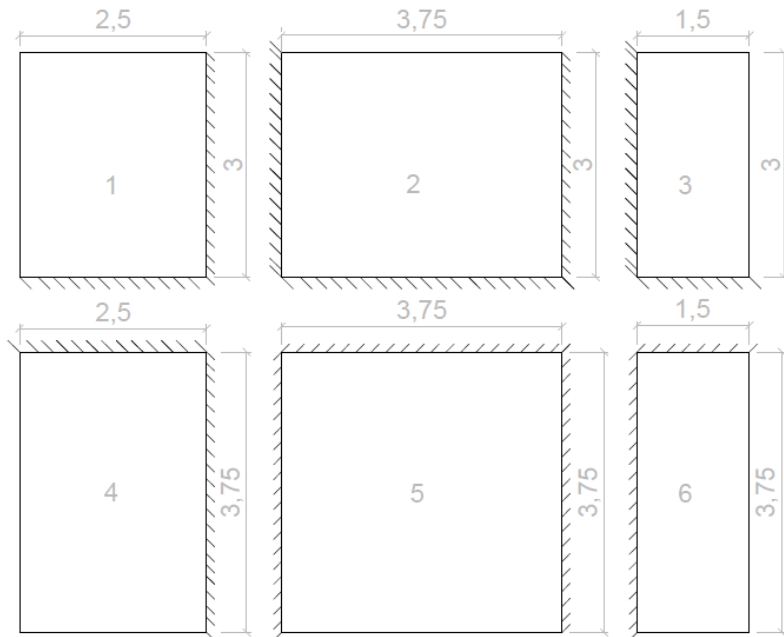


Figura 37: Vinculação dos bordos do painel modificado I considerando solução alternativa

Para a solução alternativa a laje L6, utilizando tabelas, será calculada como armada nas duas direções, diferentemente da solução adotada inicialmente.

Os momentos máximos de cálculo, positivos e negativos, atuantes no painel modificado I, para a solução alternativa, podem ser vistos na Figura 38.

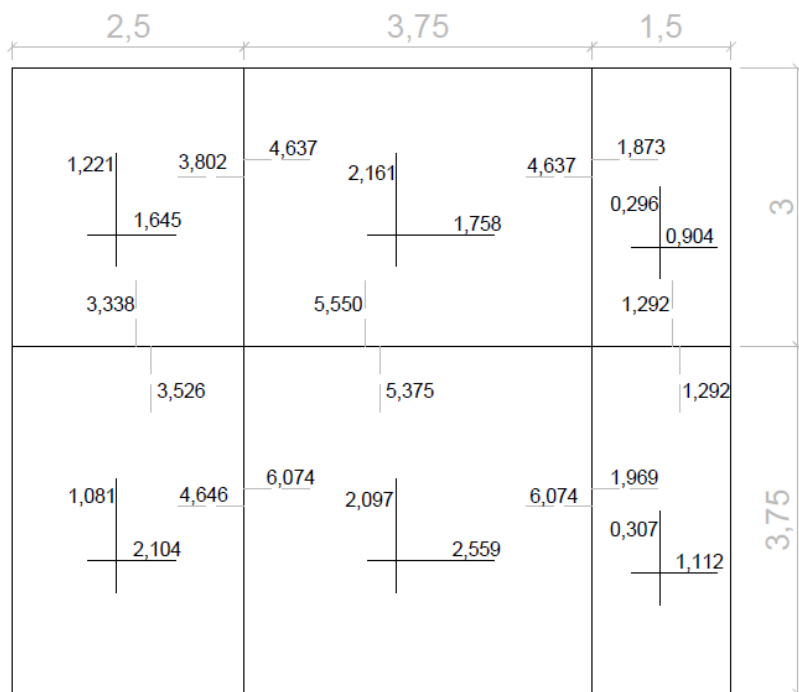


Figura 38: Momentos de cálculo para solução alternativa do painel modificado I (kN.m/m)

10.4.2.1. Alternativa I: sem corrigir os momentos positivos que diminuem

O método Alternativo I consiste em utilizar apenas a solução alternativa de compatibilização dos momentos negativos, sem corrigir os momentos positivos que diminuem. Os resultados podem ser vistos na Figura 39.

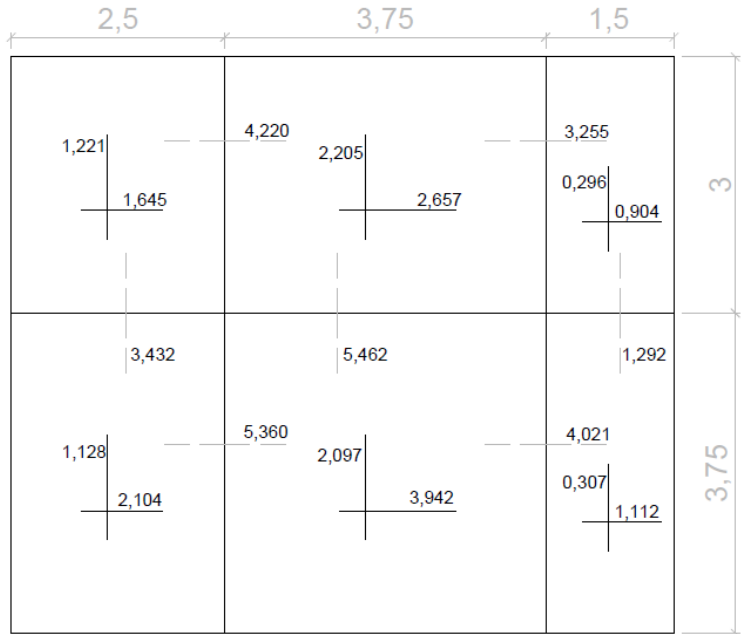


Figura 39: Momentos de cálculo corrigidos para solução alternativa I do painel modificado I (kN.m/m)

A armadura positiva das lajes do painel modificado I, calculada para a solução alternativa I, pode ser vista na Tabela 19.

Tabela 19: Armaduras positivas calculadas para a solução alternativa I do painel modificado I

Armadura positiva calculada					
Laje 1		Laje 2		Laje 3	
$A_{sx}^+ =$	0,558 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,752 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,304 cm ² /m
$A_{sy}^+ =$	0,452 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	1,003 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,108 cm ² /m
Laje 4		Laje 5		Laje 6	
$A_{sx}^+ =$	0,717 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,714 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,375 cm ² /m
$A_{sy}^+ =$	0,417 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	1,514 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,113 cm ² /m

Como os cálculos das armaduras das lajes L1, L3, L4 e L6, nas duas direções, e L2 e L5, na direção x, resultaram menores que a armadura mínima calculada, opta-se por utilizar a armadura mínima para estes casos, agindo a favor da segurança

estrutural. Para a armadura na direção y da laje L6, utilizou-se armadura de distribuição mínima de 0,9 cm²/m.

A armadura negativa para a solução alternativa do painel modificado I foi calculada, segundo as recomendações da NBR 6118, e pode ser vista na Tabela 20.

Tabela 20: Armaduras negativas calculadas para a solução alternativa do painel modificado I

Armaduras negativas calculadas (cm ² /m)						
L1-L2	L2-L3	L4-L5	L5-L6	L1-L4	L2-L5	L3-L6
1,34	1,027	1,73	1,28	1,085	1,76	0,400

Como os cálculos da armadura negativa entre as lajes L2-L3, L1-L4 e L3-L6 resultaram menores que a armadura mínima negativa calculada, opta-se por utilizar a armadura negativa mínima neste caso.

Na Figura 40, encontra-se o resumo das armaduras estabelecidas para a solução alternativa I do painel modificado I.

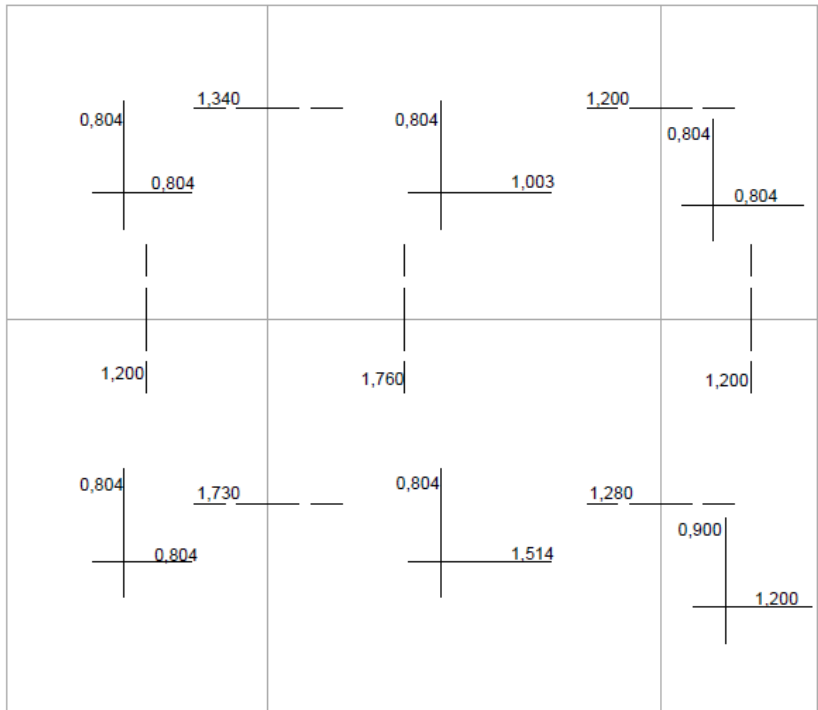


Figura 40: Armadura estabelecida para a solução alternativa I do painel modificado I (cm^2/m)

10.4.2.2. Alternativa II: corrigindo os momentos positivos que diminuem

O método Alternativo II consiste em, além de compatibilizar os momentos negativos utilizando apenas a média, corrigir também os momentos positivos que diminuem. Os resultados podem ser vistos na **Figura 41**.

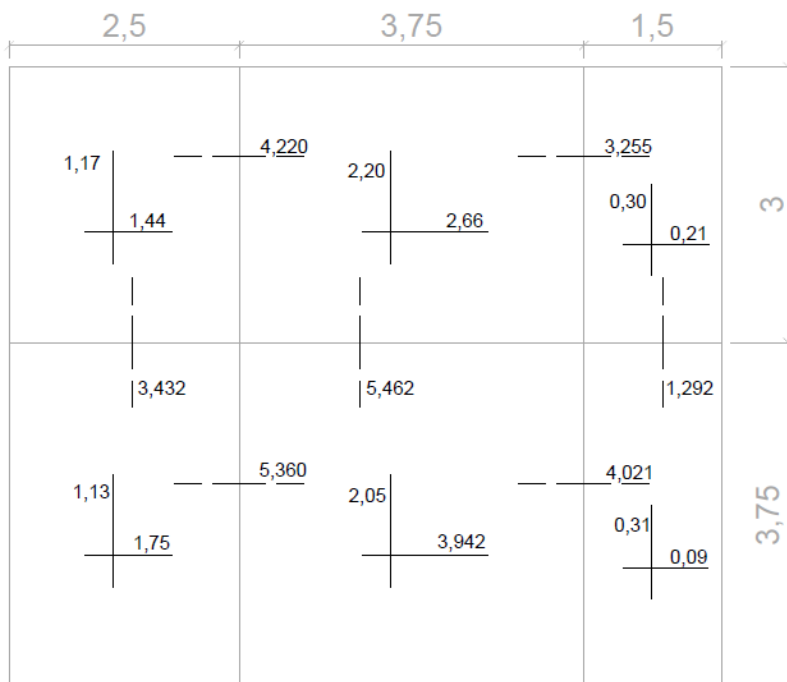


Figura 41: Momentos de cálculo corrigidos para solução alternativa II do painel modificado I (kN.m/m)

A armadura positiva das lajes do painel modificado I, calculada para a solução alternativa II, pode ser vista na **Tabela 21**.

Tabela 21: Armaduras positivas calculadas para a solução alternativa II do painel modificado I

Armadura positiva calculada					
Laje 1		Laje 2		Laje 3	
$A_{sx}^+ =$	0,486 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,752 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,071 cm ² /m
$A_{sy}^+ =$	0,435 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,832 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,108 cm ² /m
Laje 4		Laje 5		Laje 6	
$A_{sx}^+ =$	0,593 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,699 cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,029 cm ² /m
$A_{sy}^+ =$	0,417 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	1,514 cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,113 cm ² /m

Para as lajes cujos cálculos de área de aço resultaram menores que a área de aço mínima, estabeleceu-se que fossem utilizadas as armaduras mínimas, como pode ser visto na **Figura 42**.

A armadura negativa para a solução alternativa II do painel modificado I é a mesma calculada para a alternativa I, haja vista que o método de compatibilização dos momentos negativos utilizado foi o mesmo.

Notam-se poucas diferenças nos valores de área de aço entre as alternativas I e II.

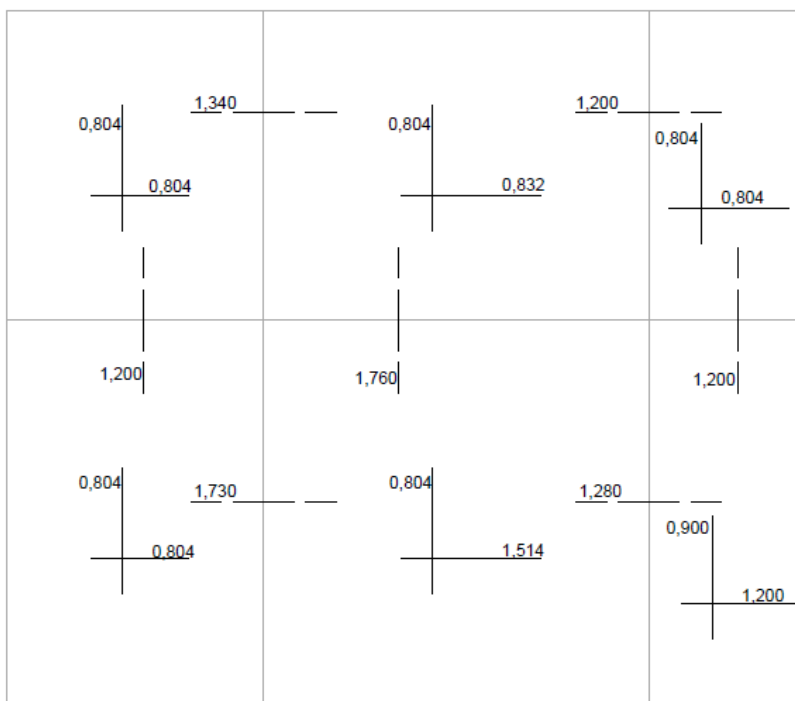


Figura 42: Armadura estabelecida para a solução alternativa II do painel modificado I (cm^2/m)

10.4.3. Painel modificado II

Assim como no painel modificado I, a maneira alternativa que o painel modificado II será analisado é com todas as lajes engastadas entre si, como pode ser

visto na **Figura 43**.

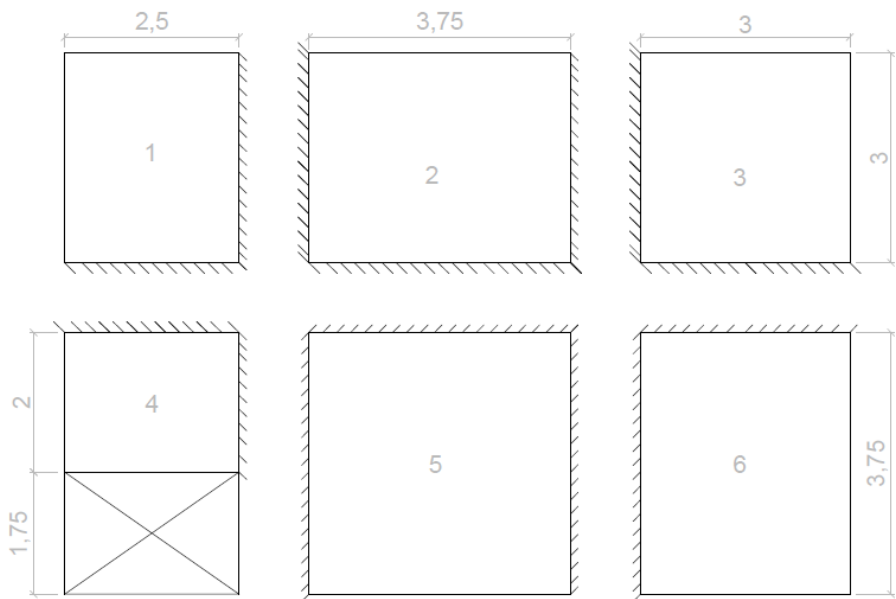


Figura 43: Vinculação dos bordos do painel modificado II considerando solução alternativa

Os momentos máximos de cálculo, positivos e negativos, atuantes no painel modificado II, para a solução alternativa, podem ser vistos na Figura 44.

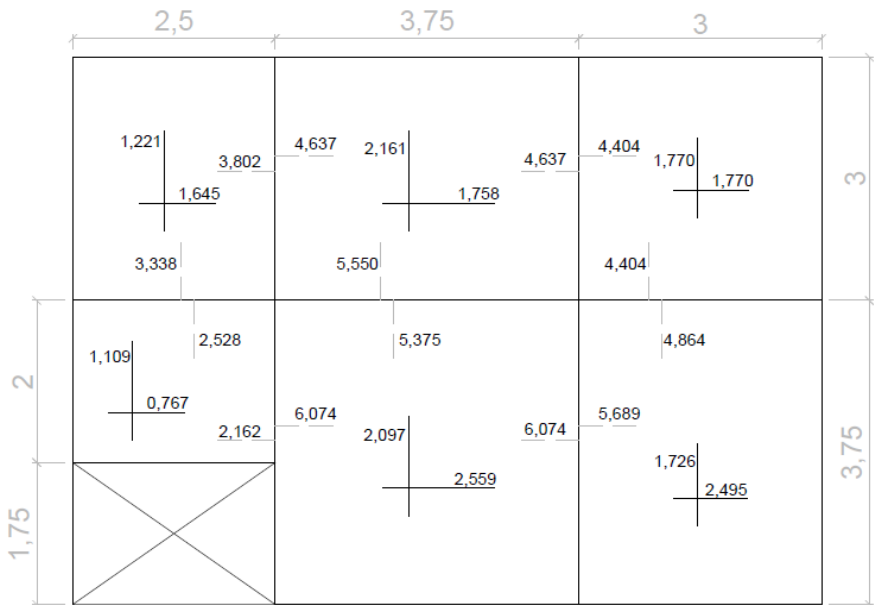


Figura 44: Momentos de cálculo para a solução alternativa do painel modificado II (kN.m/m)

10.4.3.1. Alternativa I: sem corrigir os momentos positivos que diminuem

O método Alternativo I consiste em utilizar apenas a solução alternativa de compatibilização dos momentos negativos, sem corrigir os momentos positivos que diminuem. Os resultados podem ser vistos na Figura 45.

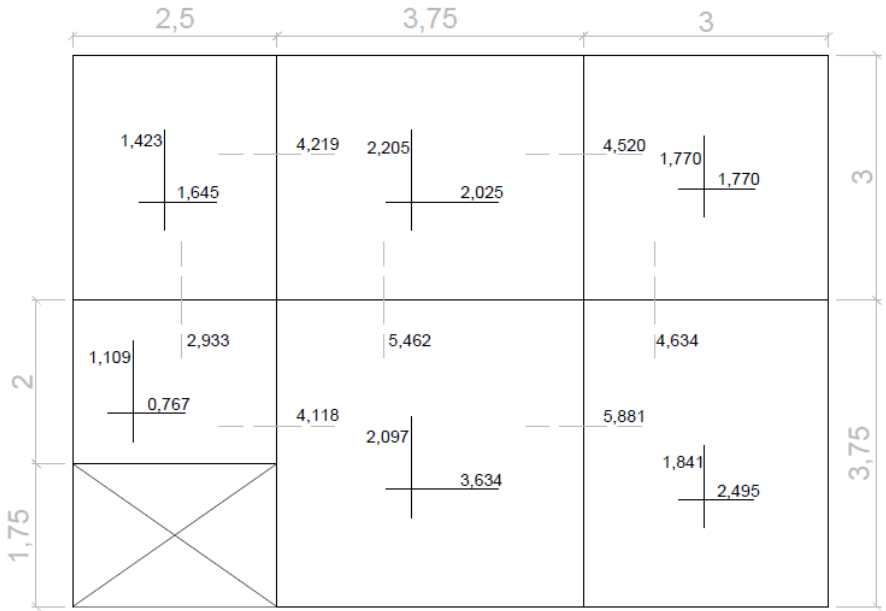


Figura 45: Momentos de cálculo corrigidos para a solução alternativa I do painel modificado II (kN.m/m)

A armadura positiva das lajes do painel modificado II, calculada para a solução alternativa I, pode ser vista na Tabela 22.

Tabela 22: Armaduras positivas calculadas para a solução alternativa I do painel modificado II

Armadura positiva calculada								
Laje 1			Laje 2			Laje 3		
A_{sx}^+	0,558	cm ² /m	A_{sx}^+	0,752	cm ² /m	A_{sx}^+	0,601	cm ² /m
A_{sy}^+	0,529	cm ² /m	A_{sy}^+	0,758	cm ² /m	A_{sy}^+	0,661	cm ² /m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
A_{sx}^+	0,374	cm ² /m	A_{sx}^+	0,714	cm ² /m	A_{sx}^+	0,853	cm ² /m
A_{sy}^+	0,283	cm ² /m	A_{sy}^+	1,390	cm ² /m	A_{sy}^+	0,688	cm ² /m

Como os cálculos das armaduras das lajes L1, L2, L3 e L4, nas duas direções, e L5, na direção x, e L6, na direção y, resultaram menores que a armadura mínima

calculada, opta-se por utilizar a armadura mínima para estes casos, agindo a favor da segurança estrutural.

A armadura negativa para a solução alternativa I do painel modificado II foi calculada segundo as recomendações da NBR 6118 e pode ser vista na Tabela 23.

Tabela 23: Armaduras negativas calculadas para a solução alternativa I do painel modificado II

Armaduras negativas calculadas (cm ² /m)						
L1-L2	L2-L3	L4-L5	L5-L6	L1-L4	L2-L5	L3-L6
1,34	1,44	1,31	1,90	0,923	1,76	1,48

Como o cálculo da armadura negativa entre as lajes L1-L4 resultou menor que a armadura mínima negativa calculada, opta-se por utilizar a armadura negativa mínima neste caso.

Na Figura 46, encontra-se o resumo das armaduras estabelecidas para a solução alternativa I do painel modificado II.

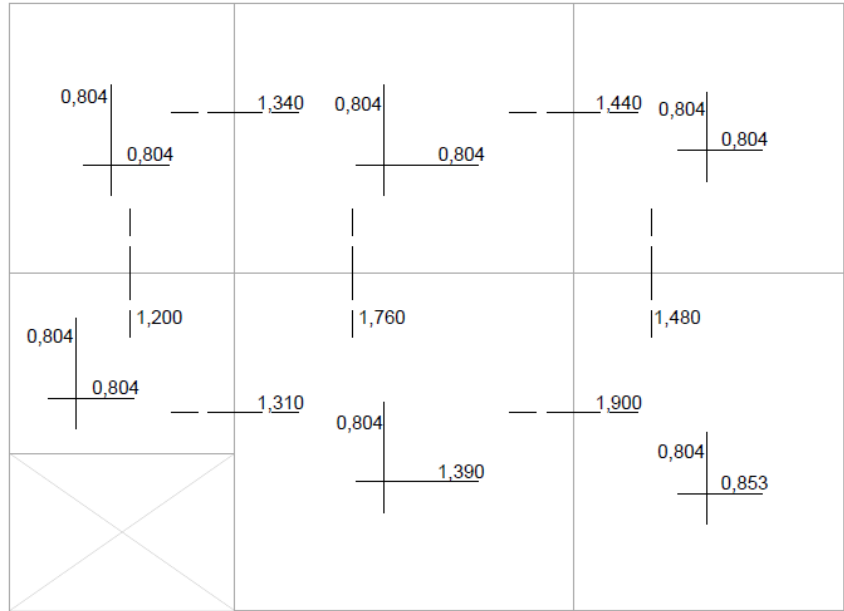


Figura 46: Armadura calculada para a solução alternativa I do painel modificado II (cm²/m)

10.4.3.2. Alternativa II: corrigindo os momentos positivos que diminuem

O método Alternativo II consiste em, além de compatibilizar os momentos negativos utilizando apenas a média, corrigir também os momentos positivos que diminuem. Os resultados podem ser vistos na **Figura 47**.

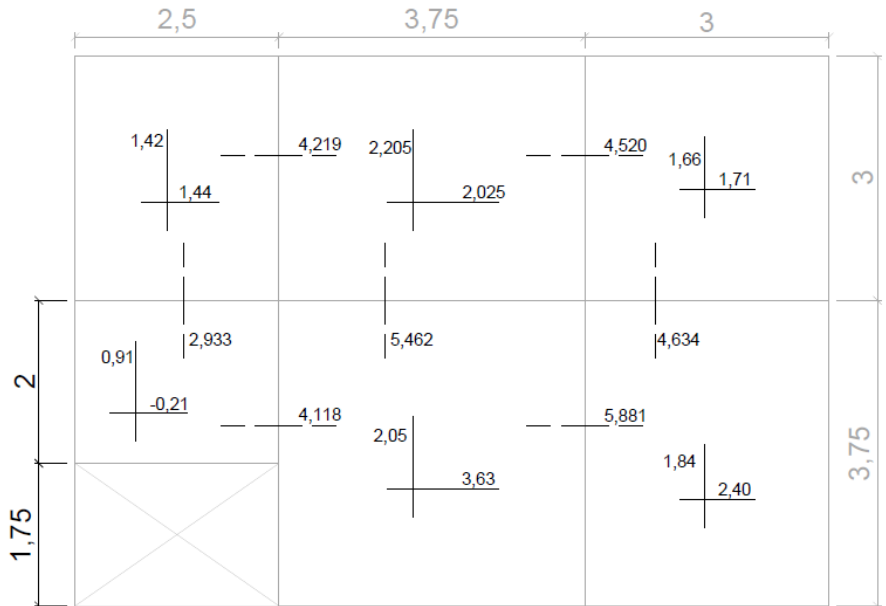


Figura 47: Momentos de cálculo corrigidos para a solução alternativa II do painel modificado II (kN.m/m)

A armadura positiva das lajes do painel modificado II, calculada para a solução alternativa II, pode ser vista na **Tabela 24**.

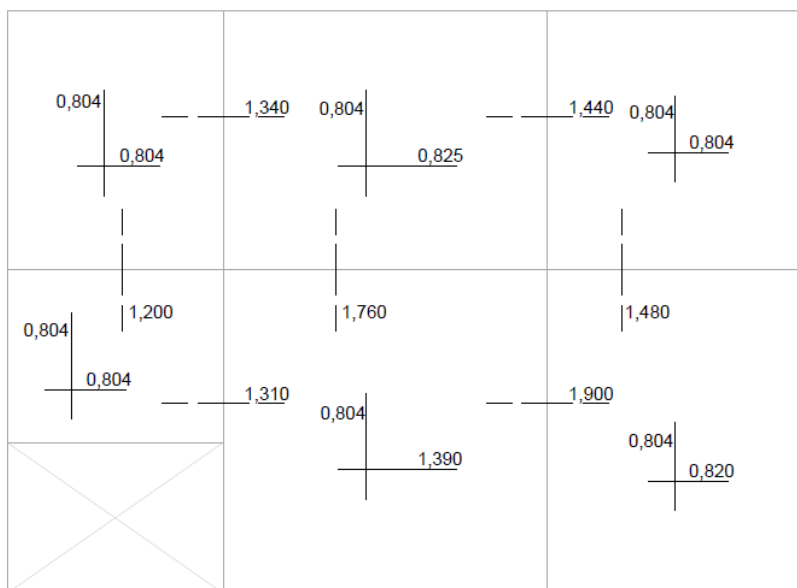
Tabela 24: Armaduras positivas para a solução alternativa II do painel modificado II

Armadura positiva calculada								
Laje 1			Laje 2			Laje 3		
$A_{sx}^+ =$	0,486	cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,752	cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,581	cm ² /m
$A_{sy}^+ =$	0,529	cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,825	cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,617	cm ² /m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
$A_{sx}^+ =$	0,305	cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,699	cm ² /m	$A_{sx}^+ =$	0,820	cm ² /m
$A_{sy}^+ =$	0,000	cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	1,390	cm ² /m	$A_{sy}^+ =$	0,688	cm ² /m

Os cálculos das armaduras positivas das lajes L1, L3 e L4, nas duas direções, L2 e L5, na direção x, e L6, na direção y, resultaram menores que a armadura mínima calculada. Opta-se então por utilizar a armadura mínima para estes casos, agindo a favor da segurança estrutural.

A armadura negativa para a solução alternativa II do painel modificado II é a mesma calculada para a alternativa I, haja vista que o método de compatibilização dos momentos negativos utilizado foi o mesmo.

A Figura 48 resume as armaduras estabelecidas para a solução alternativa II do painel modificado II.

**Figura 48:** Armadura calculada para a solução alternativa II do painel modificado II (cm²/m)

11. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

11.1. PAINEL ORIGINAL

A comparação entre os valores de momentos fletores máximos de cálculo obtidos através dos métodos convencional e alternativo, além dos obtidos através do *software*, para o painel original pode ser vista a seguir.

Tabela 25: Comparação dos momentos máximos negativos de cálculo obtidos pelos métodos estudados para o painel original

	Md ⁻ (kN.m/m)				
	Método convencional		Solução Alternativa		Eberick
	Valor	%	Valor	%	
L1-L4	3,43	1,78%	3,43	1,78%	3,37
L1-L2	4,22	2,54%	4,22	2,54%	4,33
L2-L3	4,52	1,95%	4,52	1,95%	4,61
L2-L5	5,46	0,92%	5,46	0,92%	5,41
L3-L6	4,63	2,94%	4,63	2,94%	4,77
L4-L5	5,36	4,11%	5,36	4,11%	5,59
L5-L6	5,88	5,47%	5,88	5,47%	6,22

Tabela 26: Comparação dos momentos máximos positivos de cálculo atuantes na direção x, obtidos pelos métodos estudados para o painel original

	Mxd (kN.m/m)				
	Método convencional		Solução Alternativa		Eberick
	Valor	%	Valor	%	
L1	1,65	9,84%	1,44	21,31%	1,83
L2	2,20	44,74%	2,20	44,74%	1,52
L3	1,77	2,21%	1,71	5,52%	1,81
L4	2,10	10,64%	1,75	25,53%	2,35
L5	2,10	17,65%	2,05	19,61%	2,55
L6	2,49	10,75%	2,40	13,98%	2,79

Tabela 27: Comparação dos momentos máximos positivos de cálculo atuantes na direção y, obtidos pelos métodos estudados para o painel original

	Myd (kN.m/m)				
	Método convencional		Solução Alternativa		Eberick
	Valor	%	Valor	%	
L1	1,22	7,96%	1,17	3,54%	1,13
L2	2,02	8,18%	2,02	8,18%	2,20
L3	1,77	3,28%	1,66	9,29%	1,83
L4	1,13	21,51%	1,13	21,51%	0,93
L5	3,01	48,28%	3,01	48,28%	2,03
L6	1,84	17,20%	1,84	17,20%	1,57

Analisando os dados referentes aos momentos negativos de cálculo contidos na **Tabela 25**, observa-se que os valores obtidos através dos métodos convencional e alternativo foram iguais. Atribui-se a isso o fato de o painel original possuir as características de um painel bem comportado (lajes com espessuras e carregamentos iguais, continuidade com a laje adjacente e vãos não muito diferentes). Comparando os valores obtidos através dos dois métodos calculados por meio de tabelas com os valores obtidos através do software Eberick, nota-se que, para quase todos os casos, os valores do software foram ligeiramente maiores que os valores dos métodos manuais.

Analisando os valores de momentos positivos de cálculo transcritos na **Tabela 26** e na **Tabela 27**, observa-se que boa parte dos valores obtidos através dos métodos convencional e alternativo foram iguais. Quando os valores dos momentos fletores positivos obtidos através dos métodos convencional e alternativo resultaram diferentes, percebeu-se que os valores do método convencional ficaram um pouco mais próximos dos valores do software Eberick.

11.2. PAINEL MODIFICADO I

Nas tabelas apresentadas a seguir são expostas as comparações entre os valores de momentos fletores máximos de cálculo obtidos através dos métodos convencional e alternativos e também através do software eberick para o painel modificado I.

Tabela 28: Comparação dos momentos máximos negativos de cálculo obtidos pelos métodos estudados para o painel modificado I

	Md' (kN.m/m)				
	Método convencional		Solução Alternativa		Eberick
	Valor	%	Valor	%	
L1-L4	3,43	2,39%	3,43	2,39%	3,35
L1-L2	4,33	0,46%	4,22	2,99%	4,35
L2-L5	6,28	10,18%	5,46	4,21%	5,70
L2-L3	1,50	55,75%	3,26	3,83%	3,39
L4-L5	5,76	0,70%	5,36	6,29%	5,72
L5-L6	1,58	64,97%	4,02	10,86%	4,51
L3-L6	1,03	18,39%	1,29	48,28%	0,87

Tabela 29: Comparação dos momentos máximos positivos de cálculo atuantes na direção x, obtidos pelos métodos estudados para o painel modificado I

	Mxd (kN.m/m)						
	Método convencional		Alternativa I		Alternativa II		Eberick
	Valor	%	Valor	%	Valor	%	
L1	1,65	9,84%	1,65	9,84%	1,44	21,31%	1,83
L2	2,49	68,24%	2,20	48,65%	2,20	48,65%	1,48
L3	1,09	34,57%	0,90	11,11%	0,21	74,07%	0,81
L4	2,10	10,26%	2,10	10,26%	1,75	25,21%	2,34
L5	3,06	17,69%	2,10	19,23%	2,05	21,15%	2,60
L6	1,31	111,29%	1,11	79,03%	0,09	85,48%	0,62

Tabela 30: Comparação dos momentos máximos positivos de cálculo atuantes na direção y, obtidos pelos métodos estudados para o painel modificado I

	Myd (kN.m/m)						
	Método convencional		Alternativa I		Alternativa II		Eberick
	Valor	%	Valor	%	Valor	%	
L1	1,22	8,93%	1,22	8,93%	1,17	4,46%	1,12
L2	1,73	25,43%	2,66	14,66%	2,66	14,66%	2,32
L3	0,43	59,26%	0,30	11,11%	0,30	11,11%	0,27
L4	1,13	22,83%	1,13	22,83%	1,13	22,83%	0,92
L5	2,77	23,11%	3,94	75,11%	3,94	75,11%	2,25
L6	0,00	100,00%	0,31	24,00%	0,31	24,00%	0,25

No que se refere aos valores de momentos negativos de cálculo observados na **Tabela 28**, nota-se que a solução alternativa se mostrou melhor, com grandes diferenças nos momentos importantes.

Analisando os valores dos momentos fletores positivos de cálculo, observa-se que a solução alternativa I melhorou os momentos positivos mais importantes, já a solução alternativa II não trouxe melhorias significativas para este caso.

11.3. PAINEL MODIFICADO II

Nas tabelas apresentadas a seguir são demonstradas as comparações entre os valores de momentos fletores máximos de cálculo obtidos através dos métodos convencional e alternativo e também através do software eberick para o painel modificado II.

Tabela 31: Comparação dos momentos máximos negativos de cálculo obtidos pelos métodos estudados para o painel modificado II

	Md' (kN.m/m)				
	Método convencional		Solução Alternativa		Eberick
	Valor	%	Valor	%	
L1-L4	2,93	1,03%	2,93	1,03%	2,90
L1-L2	4,22	2,54%	4,22	2,54%	4,33
L2-L3	4,52	1,31%	4,52	1,31%	4,58
L2-L5	6,22	9,89%	5,46	3,53%	5,66
L3-L6	4,63	2,53%	4,63	2,53%	4,75
L4-L5	1,73	65,40%	4,12	17,60%	5,00
L5-L6	6,29	2,33%	5,88	8,70%	6,44

Tabela 32: Comparação dos momentos máximos positivos de cálculo atuantes na direção x, obtidos pelos métodos estudados para o painel modificado II

	Mxd (kN.m/m)						Eberick
	Método convencional		Alternativa I		Alternativa II		
	Valor	%	Valor	%	Valor	%	
L1	1,65	12,23%	1,65	12,23%	1,44	23,40%	1,88
L2	2,16	0,92%	2,21	1,38%	2,20	0,92%	2,18
L3	1,77	3,80%	1,77	3,80%	1,71	7,07%	1,84
L4	1,11	9,90%	1,11	9,90%	0,91	9,90%	1,01
L5	3,10	20,16%	2,10	18,60%	2,05	20,54%	2,58
L6	2,50	9,75%	2,50	9,75%	2,40	13,36%	2,77

Tabela 33: Comparação dos momentos máximos positivos de cálculo atuantes na direção y, obtidos pelos métodos estudados para o painel modificado II

	Myd (kN.m/m)						
	Método convencional		Alternativa I		Alternativa II		Eberick
	Valor	%	Valor	%	Valor	%	
L1	1,42	26,79%	1,42	26,79%	1,42	26,79%	1,12
L2	2,03	37,16%	2,02	36,49%	2,02	36,49%	1,48
L3	1,77	2,75%	1,77	2,75%	1,66	8,79%	1,82
L4	0,98	28,95%	0,77	1,32%	-0,21	127,63%	0,76
L5	2,77	3,36%	3,63	35,45%	3,63	35,45%	2,68
L6	1,84	18,71%	1,84	18,71%	1,84	18,71%	1,55

Com relação a compatibilização dos momentos negativos, observou-se que a solução alternativa, utilizando apenas o cálculo da média dos momentos sem considerar a comparação com 80% do maior momento, foi a que apresentou melhor resultado. No que se refere aos momentos positivos, na solução convencional foram obtidos valores mais próximos do software.

12. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Analisando as considerações feitas acerca do painel original, pode-se chegar a algumas conclusões em relação ao mesmo. Com relação a vinculação dos bordos e a compatibilização dos momentos negativos de cálculo, observou-se que tanto no método convencional quanto no método alternativo os resultados obtidos foram os mesmos, sendo assim a primeira indicação de um painel bem comportado. Analisando os resultados de momentos fletores positivos de cálculo, observa-se que os valores dos métodos convencional e alternativo foram semelhantes, porém os valores dos momentos fletores obtidos através do método convencional se mostraram mais próximos dos valores obtidos com software. A maior parte da armadura calculada para o painel original resultou em armadura mínima para os dois métodos estudados, sendo que nos locais onde a armadura utilizada foi maior que a mínima a diferença dos dois métodos foi ínfima. Com relação ao estado limite de serviço, pode-se dizer que todas as lajes do painel original passaram nas verificações efetuadas.

Devem ser feitas algumas considerações ao analisar os cálculos e comparações realizados acerca do painel modificado I, como por exemplo em relação a vinculação, aos momentos fletores positivos e negativos de cálculo, ao cálculo e

detalhamento da armadura e ao estado limite de serviço. Com relação a vinculação, ressalta-se que na solução alternativa todas as lajes foram engastadas entre si, diferentemente da solução convencional, que não engasta o vão das lajes L2 e L5 nos encontros com as lajes L3 e L6, respectivamente. Analisando os resultados, observa-se que a solução alternativa I forneceu resultados que ficaram mais próximos dos resultados obtidos através do software. Analisando o gráfico confeccionado para demonstrar as descontinuidades ao longo das barras de grelha utilizadas pelo software Eberick se pode perceber a influência dos momentos torsores ao longo das mesmas. Observou-se também que a maior parte da armadura calculada para as lajes do painel modificado I resultou em armadura mínima para os métodos estudados, sendo que nos locais onde a armadura utilizada foi maior que a mínima a diferença entre os métodos foi ínfima. Com relação ao estado limite de serviço, pode-se dizer que todas as lajes do painel modificado I estão seguras quanto às verificações efetuadas.

Analisando o estudo realizado em relação ao painel modificado II, são feitas algumas observações com relação a vinculação dos bordos, aos valores dos momentos de cálculo, ao cálculo e detalhamento das armaduras, e ao estado limite de serviço. Com relação à vinculação dos bordos e a compatibilização dos momentos negativos, pode-se dizer que a solução alternativa se mostrou razoavelmente mais próxima da solução obtida através do software. Observando o gráfico confeccionado para verificação do momento negativo máximo de cálculo no encontro das lajes L4 e L5, nota-se que há uma elevação nos resultados dos momentos negativos a medida que se aproximam dos pontos onde ocorre a ligação parcial, principalmente na última barra de grelha da laje L4. Para o dimensionamento da armadura negativa submetida à flexão o software considera os valores máximos obtidos, assim em alguns casos onde ocorrem concentrações de tensões esta consideração se torna pouco econômica, pois assim o trecho inteiro será armado para um valor muito alto de momento fletor. Na prática, se não houver armadura suficiente neste ponto, ocorrerá plastificação e consequentemente redistribuição de esforços por toda a laje. Ao analisar o cálculo e o detalhamento da armadura do painel modificado II, observou-se que quase todas as lajes deste painel utilizam armadura mínima para as soluções estudadas. Todas as lajes deste painel foram verificadas quanto ao estado limite de serviço e se mostraram aptas a receberem as cargas de projeto.

13. COMENTÁRIOS FINAIS

No decorrer da graduação, aprende-se o cálculo de lajes pelos métodos manuais, por meio de tabelas e com lajes isoladas. Na vida profissional o processo é diferente, tendo como uso principal os métodos computacionais, que usam os processos numéricos para a resolução dos problemas a serem resolvidos. Devido a necessidade de conhecimentos adicionais sobre projetos de lajes, foi escolhido esse tema como trabalho de conclusão de curso.

Foi realizada uma revisão bibliográfica sobre Teoria das Placas, Análise Matricial e Analogia de Grelha.

Quanto a Teoria das placas, pôde-se ter uma visão mais ampla sobre o comportamento das lajes, sendo que no decorrer da graduação são apresentadas apenas simplificações sobre o mesmo. Observando a equação de equilíbrio das placas, nota-se que uma parcela da carga é resistida pela laje por esforços de flexão nas direções x e y , análogo à flexão em vigas. Outra parcela da carga, é resistida por esforços de torção. O comportamento das lajes à flexão é apresentado durante a graduação, mas o comportamento à torção não.

Na parte da revisão bibliográfica sobre Análise Matricial das Estruturas, notou-se que a mesma tem como objetivo principal a modelagem e a análise estática linear de estruturas reticuladas, visando implementação em programas computacionais, sendo que o método mais utilizado para calcular os esforços solicitantes nessas estruturas é o Método dos Deslocamentos. Além disso, foi demonstrado passo a passo cada etapa do método.

No que diz respeito à Analogia de Grelha, observou-se que uma das principais vantagens do método é a possibilidade de analisar o painel de forma integrada, o que não é possível pelo método das tabelas. Foi visto também que por possuírem características diferentes, os esforços e deslocamentos da grelha não são iguais aos da laje com mesmo carregamento.

Após o término da revisão bibliográfica, iniciou-se o estudo sobre painéis de lajes de edifício residencial. Foi adotado um modelo inicial, com painel bem comportado, e em seguida foram realizadas algumas modificações nas dimensões e continuidade das lajes, criando-se assim os painéis modificados I e II, respectivamente. Esse estudo foi realizado com o uso de tabelas e pela Analogia de Grelha, através do software Eberick V8.

Observando a comparação dos resultados e a análise dos mesmos, chega-se a algumas conclusões gerais. Pode-se dizer que a média dos momentos negativos parece ser melhor em todos os casos quando se considera as lajes totalmente engastadas. A correção dos momentos positivos que diminuem apresentou resultados qualitativos bons, mas não quantitativos. Portanto a utilização da média dos momentos negativos e a correção apenas dos momentos positivos que aumentam parecem ser a melhor solução nos casos estudados. Além disso, a armadura mínima foi responsável por eliminar a maioria das diferenças encontradas pelos diversos procedimentos adotados.

Por fim, como recomendações para estudos futuros ficam: a utilização do método de elementos finitos para os painéis estudados, para fim de maiores comparações; o estudo dos painéis analisados com cargas consideravelmente maiores, com a finalidade de comparar também a armadura e o detalhamento final das alternativas estudadas, haja vista que a maior parte dos casos resultou em armadura mínima; além de espessuras diferentes entre as lajes dos painéis utilizados, visando o estudo da regra de engastamento entre lajes de espessuras diferentes.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120: Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto Armado. Rio de Janeiro, 2007.

COELHO, J.A. **Modelagem de lajes de concreto armado por analogia de grelha**. 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jason Rodrigues de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2003**. 3. ed. São Carlos: UFSCar, 2010.

DORNELLES, F. L.; PEREIRA, J.S. **Estudo sobre a análise de lajes em regime elástico**. 2006. Trabalho de conclusão de curso (Engenharia Civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

LORIGGIO, D. D. Apostila da disciplina ECV5225 – Análise Computacional de Estruturas – UFSC, 2014.

Marcelino, N. A. Estádios no concreto estrutural. Notas de aula da disciplina ECV 5262 – Estruturas de Concreto Armado II – UFSC.

PINTO, R. C. Apostila da disciplina ECV 5262 – Estruturas de Concreto Armado II – UFSC, 2003.

REIS, E. M. **Análise de pavimentos de edifícios utilizando a analogia de grelha**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

SILVA, F. M. **Estudo comparativo de painel de lajes em concreto armado**. 2005. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

TIMOSHENKO, S. e WOINOSKY – KRIEGER, S. – “Theory of Plates and Shells”, McGraw-Hill International Book Co, Singapore. 1970.

https://www.comercialgerdau.com.br/produtos/download/catalogos/catalogo_aco_para_construcao_civil.pdf. Acesso em: 07/05/2014.

MANUAL DE UTILIZAÇÃO SOFTWARE EBERICK. FLORIANÓPOLIS, 2013.

ANEXO I

Painel original

- Momentos fletores

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
M_x^+	1,175	kN.m/m	M_x^+	1,544	kN.m/m	M_x^+	1,265	kN.m/m
M_x^-	2,716	kN.m/m	M_x^-	3,965	kN.m/m	M_x^-	3,146	kN.m/m
M_y^+	0,872	kN.m/m	M_y^+	1,256	kN.m/m	M_y^+	1,265	kN.m/m
M_y^-	2,384	kN.m/m	M_y^-	3,312	kN.m/m	M_y^-	3,146	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
M_x^+	1,503	kN.m/m	M_x^+	1,498	kN.m/m	M_x^+	1,782	kN.m/m
M_x^-	3,319	kN.m/m	M_x^-	3,839	kN.m/m	M_x^-	4,064	kN.m/m
M_y^+	0,772	kN.m/m	M_y^+	1,828	kN.m/m	M_y^+	1,233	kN.m/m
M_y^-	2,519	kN.m/m	M_y^-	4,338	kN.m/m	M_y^-	3,474	kN.m/m

- Momentos fletores de cálculo

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
M_{xd}^+	1,645	kN.m/m	M_{xd}^+	2,162	kN.m/m	M_{xd}^+	1,771	kN.m/m
M_{xd}^-	3,802	kN.m/m	M_{xd}^-	5,551	kN.m/m	M_{xd}^-	4,404	kN.m/m
M_{yd}^+	1,221	kN.m/m	M_{yd}^+	1,758	kN.m/m	M_{yd}^+	1,771	kN.m/m
M_{yd}^-	3,338	kN.m/m	M_{yd}^-	4,637	kN.m/m	M_{yd}^-	4,404	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
M_{xd}^+	2,104	kN.m/m	M_{xd}^+	2,097	kN.m/m	M_{xd}^+	2,495	kN.m/m
M_{xd}^-	4,647	kN.m/m	M_{xd}^-	5,375	kN.m/m	M_{xd}^-	5,690	kN.m/m
M_{yd}^+	1,081	kN.m/m	M_{yd}^+	2,559	kN.m/m	M_{yd}^+	1,726	kN.m/m
M_{yd}^-	3,527	kN.m/m	M_{yd}^-	6,073	kN.m/m	M_{yd}^-	4,864	kN.m/m

- Compatibilização dos momentos negativos

Compatibilização dos momentos negativos de cálculo (kN.m/m)						
L1-L2	L2-L3	L4-L5	L5-L6	L1-L4	L2-L5	L3-L6
4,219	4,520	5,360	5,881	3,432	5,462	4,634

- Correção dos momentos positivos

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
M_x^+	1,645	kN.m/m	M_x^+	2,205	kN.m/m	M_x^+	1,770	kN.m/m
M_y^+	1,221	kN.m/m	M_y^+	2,025	kN.m/m	M_y^+	1,770	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
M_x^+	2,104	kN.m/m	M_x^+	2,097	kN.m/m	M_x^+	2,495	kN.m/m
M_y^+	1,128	kN.m/m	M_y^+	3,012	kN.m/m	M_y^+	1,841	kN.m/m

- Flecha imediata

Flecha imediata (mm)						
Laje	L1	L2	L3	L4	L5	L6
f_0	0,385	0,706	0,579	0,505	1,057	0,850

- Flecha diferida no tempo

Flecha diferida no tempo (mm)						
Laje	L1	L2	L3	L4	L5	L6
f_∞	0,951	1,742	1,429	1,248	2,610	2,097

Painel modificado I

- Momentos fletores

Laje 1		Laje 2		Laje 3	
M_x^+	1,175 kN.m/m	M_x^+	1,782 kN.m/m	M_x^+	0,646 kN.m/m
M_x^-	2,716 kN.m/m	M_x^-	4,064 kN.m/m	M_x^-	1,338 kN.m/m
M_y^+	0,872 kN.m/m	M_y^+	1,233 kN.m/m	M_y^+	0,212 kN.m/m
M_y^-	2,384 kN.m/m	M_y^-	3,474 kN.m/m	M_y^-	0,923 kN.m/m
Laje 4		Laje 5		Laje 6	
M_x^+	1,503 kN.m/m	M_x^+	1,976 kN.m/m	M_x^+	0,794 kN.m/m
M_x^-	3,319 kN.m/m	M_x^-	4,915 kN.m/m	M_x^-	1,406 kN.m/m
M_y^+	0,772 kN.m/m	M_y^+	1,976 kN.m/m	M_y^+	0,000 kN.m/m
M_y^-	2,519 kN.m/m	M_y^-	4,915 kN.m/m	M_y^-	0,000 kN.m/m

- Momentos fletores de cálculo

Laje 1		Laje 2		Laje 3	
M_{xd}^+	1,645 kN.m/m	M_{xd}^+	2,495 kN.m/m	M_{xd}^+	0,904 kN.m/m
M_{xd}^-	3,802 kN.m/m	M_{xd}^-	5,689 kN.m/m	M_{xd}^-	1,873 kN.m/m
M_{yd}^+	1,221 kN.m/m	M_{yd}^+	1,726 kN.m/m	M_{yd}^+	0,296 kN.m/m
M_{yd}^-	3,338 kN.m/m	M_{yd}^-	4,864 kN.m/m	M_{yd}^-	1,292 kN.m/m
Laje 4		Laje 5		Laje 6	
M_{xd}^+	2,104 kN.m/m	M_{xd}^+	2,766 kN.m/m	M_{xd}^+	1,112 kN.m/m
M_{xd}^-	4,646 kN.m/m	M_{xd}^-	6,881 kN.m/m	M_{xd}^-	1,969 kN.m/m
M_{yd}^+	1,081 kN.m/m	M_{yd}^+	2,766 kN.m/m	M_{yd}^+	0,000 kN.m/m
M_{yd}^-	3,526 kN.m/m	M_{yd}^-	6,881 kN.m/m	M_{yd}^-	0,000 kN.m/m

- Compatibilização dos momentos negativos

Compatibilização dos momentos negativos de cálculo (kN.m/m)						
L1-L2	L2-L3	L4-L5	L5-L6	L1-L4	L2-L5	L3-L6
4,333	1,498	5,764	1,575	3,432	6,285	1,033

- Correção dos momentos positivos

Laje 1		Laje 2		Laje 3	
$M_x^+ =$	1,645 kN.m/m	$M_x^+ =$	2,495 kN.m/m	$M_x^+ =$	1,091 kN.m/m
$M_y^+ =$	1,221 kN.m/m	$M_y^+ =$	1,726 kN.m/m	$M_y^+ =$	0,425 kN.m/m
Laje 4		Laje 5		Laje 6	
$M_x^+ =$	2,104 kN.m/m	$M_x^+ =$	3,064 kN.m/m	$M_x^+ =$	1,309 kN.m/m
$M_y^+ =$	1,128 kN.m/m	$M_y^+ =$	2,766 kN.m/m	$M_y^+ =$	0,000 kN.m/m

- Flecha imediata

Flecha imediata (mm)						
Laje	L1	L2	L3	L4	L5	L6
f_0	0,385	0,850	0,081	0,505	1,414	0,095

- Flecha diferida no tempo

Flecha diferida no tempo (mm)						
Laje	L1	L2	L3	L4	L5	L6
f_∞	0,951	2,097	0,199	1,248	3,490	0,236

Painel modificado II

- Momentos fletores

Laje 1		Laje 2		Laje 3	
$M_x^+ =$	1,175 kN.m/m	$M_x^+ =$	1,544 kN.m/m	$M_x^+ =$	1,265 kN.m/m
$M_x^- =$	2,716 kN.m/m	$M_x^- =$	3,965 kN.m/m	$M_x^- =$	3,146 kN.m/m
$M_y^+ =$	0,872 kN.m/m	$M_y^+ =$	1,256 kN.m/m	$M_y^+ =$	1,265 kN.m/m
$M_y^- =$	2,384 kN.m/m	$M_y^- =$	3,312 kN.m/m	$M_y^- =$	3,146 kN.m/m
Laje 4		Laje 5		Laje 6	
$M_x^+ =$	0,792 kN.m/m	$M_x^+ =$	1,976 kN.m/m	$M_x^+ =$	1,782 kN.m/m
$M_x^- =$	1,806 kN.m/m	$M_x^- =$	4,915 kN.m/m	$M_x^- =$	4,064 kN.m/m
$M_y^+ =$	0,548 kN.m/m	$M_y^+ =$	1,976 kN.m/m	$M_y^+ =$	1,233 kN.m/m
$M_y^- =$	1,544 kN.m/m	$M_y^- =$	4,915 kN.m/m	$M_y^- =$	3,474 kN.m/m

- Momentos fletores de cálculo

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
M_{xd}^+	1,645	kN.m/m	M_{xd}^+	2,161	kN.m/m	M_{xd}^+	1,770	kN.m/m
M_{xd}^-	3,802	kN.m/m	M_{xd}^-	5,550	kN.m/m	M_{xd}^-	4,404	kN.m/m
M_{yd}^+	1,221	kN.m/m	M_{yd}^+	1,758	kN.m/m	M_{yd}^+	1,770	kN.m/m
M_{yd}^-	3,338	kN.m/m	M_{yd}^-	4,637	kN.m/m	M_{yd}^-	4,404	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
M_{xd}^+	1,109	kN.m/m	M_{xd}^+	2,766	kN.m/m	M_{xd}^+	2,495	kN.m/m
M_{xd}^-	2,528	kN.m/m	M_{xd}^-	6,881	kN.m/m	M_{xd}^-	5,689	kN.m/m
M_{yd}^+	0,767	kN.m/m	M_{yd}^+	2,766	kN.m/m	M_{yd}^+	1,726	kN.m/m
M_{yd}^-	2,162	kN.m/m	M_{yd}^-	6,881	kN.m/m	M_{yd}^-	4,864	kN.m/m

- Compatibilização dos momentos negativos

Compatibilização dos momentos negativos de cálculo (kN.m/m)						
L1-L2	L2-L3	L4-L5	L5-L6	L1-L4	L2-L5	L3-L6
4,219	4,520	1,729	6,285	2,933	6,216	4,634

- Correção dos momentos positivos

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
M_x^+	1,645	kN.m/m	M_x^+	2,161	kN.m/m	M_x^+	1,770	kN.m/m
M_y^+	1,423	kN.m/m	M_y^+	2,025	kN.m/m	M_y^+	1,770	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
M_x^+	1,109	kN.m/m	M_x^+	3,099	kN.m/m	M_x^+	2,495	kN.m/m
M_y^+	0,983	kN.m/m	M_y^+	2,766	kN.m/m	M_y^+	1,841	kN.m/m

- Flecha imediata

Flecha imediata (mm)						
Laje	L1	L2	L3	L4	L5	L6
f_0	0,385	0,706	0,579	0,168	1,414	0,850

- Flecha diferida no tempo

Flecha diferida no tempo (mm)						
Laje	L1	L2	L3	L4	L5	L6
f_∞	0,951	1,742	1,429	0,414	3,490	2,097

Solução alternativa painel original

- Correção dos momentos positivos

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
$M_x^+ =$	1,436	kN.m/m	$M_x^+ =$	2,205	kN.m/m	$M_x^+ =$	1,712	kN.m/m
$M_y^+ =$	1,174	kN.m/m	$M_y^+ =$	2,025	kN.m/m	$M_y^+ =$	1,655	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
$M_x^+ =$	1,748	kN.m/m	$M_x^+ =$	2,053	kN.m/m	$M_x^+ =$	2,399	kN.m/m
$M_y^+ =$	1,128	kN.m/m	$M_y^+ =$	3,012	kN.m/m	$M_y^+ =$	1,841	kN.m/m

Solução alternativa I painel modificado I

- Momentos fletores

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
$M_x^+ =$	1,175	kN.m/m	$M_x^+ =$	1,544	kN.m/m	$M_x^+ =$	0,646	kN.m/m
$M_x^- =$	2,716	kN.m/m	$M_x^- =$	3,965	kN.m/m	$M_x^- =$	1,338	kN.m/m
$M_y^+ =$	0,872	kN.m/m	$M_y^+ =$	1,256	kN.m/m	$M_y^+ =$	0,212	kN.m/m
$M_y^- =$	2,384	kN.m/m	$M_y^- =$	3,312	kN.m/m	$M_y^- =$	0,923	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
$M_x^+ =$	1,503	kN.m/m	$M_x^+ =$	1,498	kN.m/m	$M_x^+ =$	0,794	kN.m/m
$M_x^- =$	3,319	kN.m/m	$M_x^- =$	3,839	kN.m/m	$M_x^- =$	1,406	kN.m/m
$M_y^+ =$	0,772	kN.m/m	$M_y^+ =$	1,828	kN.m/m	$M_y^+ =$	0,219	kN.m/m
$M_y^- =$	2,519	kN.m/m	$M_y^- =$	4,338	kN.m/m	$M_y^- =$	0,923	kN.m/m

- Momentos fletores de cálculo

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
$M_{xd}^+ =$	1,645	kN.m/m	$M_{xd}^+ =$	2,161	kN.m/m	$M_{xd}^+ =$	0,904	kN.m/m
$M_{xd}^- =$	3,802	kN.m/m	$M_{xd}^- =$	5,550	kN.m/m	$M_{xd}^- =$	1,873	kN.m/m
$M_{yd}^+ =$	1,221	kN.m/m	$M_{yd}^+ =$	1,758	kN.m/m	$M_{yd}^+ =$	0,296	kN.m/m
$M_{yd}^- =$	3,338	kN.m/m	$M_{yd}^- =$	4,637	kN.m/m	$M_{yd}^- =$	1,292	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
$M_{xd}^+ =$	2,104	kN.m/m	$M_{xd}^+ =$	2,097	kN.m/m	$M_{xd}^+ =$	1,112	kN.m/m
$M_{xd}^- =$	4,646	kN.m/m	$M_{xd}^- =$	5,375	kN.m/m	$M_{xd}^- =$	1,969	kN.m/m
$M_{yd}^+ =$	1,081	kN.m/m	$M_{yd}^+ =$	2,559	kN.m/m	$M_{yd}^+ =$	0,307	kN.m/m
$M_{yd}^- =$	3,526	kN.m/m	$M_{yd}^- =$	6,074	kN.m/m	$M_{yd}^- =$	1,292	kN.m/m

- Compatibilização dos momentos negativos

Compatibilização dos momentos negativos de cálculo (kN.m/m)						
L1-L2	L2-L3	L4-L5	L5-L6	L1-L4	L2-L5	L3-L6
4,219	3,255	5,360	4,021	3,432	5,462	1,292

- Correção dos momentos positivos

Laje 1		Laje 2		Laje 3	
$M_x^+ =$	1,645 kN.m/m	$M_x^+ =$	2,205 kN.m/m	$M_x^+ =$	0,904 kN.m/m
$M_y^+ =$	1,221 kN.m/m	$M_y^+ =$	2,657 kN.m/m	$M_y^+ =$	0,296 kN.m/m
Laje 4		Laje 5		Laje 6	
$M_x^+ =$	2,104 kN.m/m	$M_x^+ =$	2,097 kN.m/m	$M_x^+ =$	1,112 kN.m/m
$M_y^+ =$	1,128 kN.m/m	$M_y^+ =$	3,942 kN.m/m	$M_y^+ =$	0,307 kN.m/m

- Flecha imediata

Flecha imediata (mm)						
Laje	L1	L2	L3	L4	L5	L6
f_0	0,385	0,706	0,081	0,505	1,057	0,095

- Flecha diferida no tempo

Flecha diferida no tempo (mm)						
Laje	L1	L2	L3	L4	L5	L6
f_∞	0,951	1,742	0,199	1,248	2,610	0,236

Solução alternativa II painel modificado I

- Correção dos momentos positivos

Laje 1		Laje 2		Laje 3	
$M_x^+ =$	1,44 kN.m/m	$M_x^+ =$	2,20 kN.m/m	$M_x^+ =$	0,21 kN.m/m
$M_y^+ =$	1,17 kN.m/m	$M_y^+ =$	2,66 kN.m/m	$M_y^+ =$	0,30 kN.m/m
Laje 4		Laje 5		Laje 6	
$M_x^+ =$	1,75 kN.m/m	$M_x^+ =$	2,05 kN.m/m	$M_x^+ =$	0,09 kN.m/m
$M_y^+ =$	1,13 kN.m/m	$M_y^+ =$	3,94 kN.m/m	$M_y^+ =$	0,31 kN.m/m

Solução alternativa I painel modificado II

- Momentos fletores

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
M_x^+	1,175	kN.m/m	M_x^+	1,544	kN.m/m	M_x^+	1,265	kN.m/m
M_x^-	2,716	kN.m/m	M_x^-	3,965	kN.m/m	M_x^-	3,146	kN.m/m
M_y^+	0,872	kN.m/m	M_y^+	1,256	kN.m/m	M_y^+	1,265	kN.m/m
M_y^-	2,384	kN.m/m	M_y^-	3,312	kN.m/m	M_y^-	3,146	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
M_x^+	0,792	kN.m/m	M_x^+	1,498	kN.m/m	M_x^+	1,782	kN.m/m
M_x^-	1,806	kN.m/m	M_x^-	3,839	kN.m/m	M_x^-	4,064	kN.m/m
M_y^+	0,548	kN.m/m	M_y^+	1,828	kN.m/m	M_y^+	1,233	kN.m/m
M_y^-	1,544	kN.m/m	M_y^-	4,338	kN.m/m	M_y^-	3,474	kN.m/m

- Momentos fletores de cálculo

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
M_{xd}^+	1,645	kN.m/m	M_{xd}^+	2,161	kN.m/m	M_{xd}^+	1,770	kN.m/m
M_{xd}^-	3,802	kN.m/m	M_{xd}^-	5,550	kN.m/m	M_{xd}^-	4,404	kN.m/m
M_{yd}^+	1,221	kN.m/m	M_{yd}^+	1,758	kN.m/m	M_{yd}^+	1,770	kN.m/m
M_{yd}^-	3,338	kN.m/m	M_{yd}^-	4,637	kN.m/m	M_{yd}^-	4,404	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
M_{xd}^+	1,109	kN.m/m	M_{xd}^+	2,097	kN.m/m	M_{xd}^+	2,495	kN.m/m
M_{xd}^-	2,528	kN.m/m	M_{xd}^-	5,375	kN.m/m	M_{xd}^-	5,689	kN.m/m
M_{yd}^+	0,767	kN.m/m	M_{yd}^+	2,559	kN.m/m	M_{yd}^+	1,726	kN.m/m
M_{yd}^-	2,162	kN.m/m	M_{yd}^-	6,074	kN.m/m	M_{yd}^-	4,864	kN.m/m

- Compatibilização dos momentos negativos

Compatibilização dos momentos negativos de cálculo (kN.m/m)						
L1-L2	L2-L3	L4-L5	L5-L6	L1-L4	L2-L5	L3-L6
4,219	4,520	4,118	5,881	2,933	5,462	4,634

- Correção dos momentos positivos

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
$M_x^+ =$	1,645	kN.m/m	$M_x^+ =$	2,205	kN.m/m	$M_x^+ =$	1,770	kN.m/m
$M_y^+ =$	1,423	kN.m/m	$M_y^+ =$	2,025	kN.m/m	$M_y^+ =$	1,770	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
$M_x^+ =$	1,109	kN.m/m	$M_x^+ =$	2,097	kN.m/m	$M_x^+ =$	2,495	kN.m/m
$M_y^+ =$	0,767	kN.m/m	$M_y^+ =$	3,634	kN.m/m	$M_y^+ =$	1,841	kN.m/m

- Flecha imediata

Flecha imediata (mm)						
Laje	L1	L2	L3	L4	L5	L6
f_0	0,385	0,706	0,579	0,168	1,057	0,850

- Flecha diferida no tempo

Flecha diferida no tempo (mm)						
Laje	L1	L2	L3	L4	L5	L6
f_∞	0,951	1,742	1,429	0,414	2,610	2,097

Solução alternativa II painel modificado II

- Correção dos momentos positivos

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
$M_x^+ =$	1,440	kN.m/m	$M_x^+ =$	2,205	kN.m/m	$M_x^+ =$	1,710	kN.m/m
$M_y^+ =$	1,420	kN.m/m	$M_y^+ =$	2,025	kN.m/m	$M_y^+ =$	1,660	kN.m/m
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
$M_x^+ =$	0,910	kN.m/m	$M_x^+ =$	2,050	kN.m/m	$M_x^+ =$	2,400	kN.m/m
$M_y^+ =$	-0,210	kN.m/m	$M_y^+ =$	3,630	kN.m/m	$M_y^+ =$	1,840	kN.m/m

ANEXO II

Detalhamento das armaduras do painel original

• Armadura positiva

Laje L1	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Max. = 16 cm	Max. = 16 cm
Qtde de barras	18 barras	15 barras
Comprimento	260 cm	310 cm

Laje L2	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Max. = 16 cm	Max. = 16 cm
Qtde de barras	23 barras	18 barras
Comprimento	310 cm	385 cm

Laje L3	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Max. = 16 cm	Max. = 16 cm
Qtde de barras	18 barras	18 barras
Comprimento	310 cm	310 cm

Laje L4	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Max. = 16 cm	Max. = 16 cm
Qtde de barras	23 barras	15 barras
Comprimento	260 cm	385 cm

Laje L5	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	6
Espaçamento	25	16
	Max. = 16 cm	Max. = 16 cm
Qtde de barras	23 barras	23 barras
Comprimento	385 cm	385 cm

Laje L6	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Max. = 16 cm	Max. = 16 cm
Qtde de barras	23 barras	18 barras
Comprimento	310 cm	385 cm

• Armadura negativa

L1 - L2	
Nº de barras nec/m	7
Espaçamento	14
	Max. = 16 cm
Qtde de barras	21
Comprimento	169 cm

L2 - L3	
Nº de barras nec/m	7
Espaçamento	14
	Max. = 16 cm
Qtde de barras	21
Comprimento	169 cm

L4 - L5	
Nº de barras nec/m	9
Espaçamento	11
	Max. = 16 cm
Qtde de barras	33
Comprimento	207 cm

L5 - L6	
Nº de barras nec/m	10
Espaçamento	10
	Max. = 16 cm
Qtde de barras	37
Comprimento	207 cm

L1 - L4	
Nº de barras nec/m	6
Espaçamento	16
	Max. = 16 cm
Qtde de barras	15
Comprimento	144 cm

L2 - L5	
Nº de barras nec/m	9
Espaçamento	11
	Max. = 16 cm
Qtde de barras	33
Comprimento	207 cm

L3 - L6	
Nº de barras nec/m	7
Espaçamento	14
	Max. = 16 cm
Qtde de barras	20
Comprimento	169 cm

Detalhamento das armaduras do painel modificado I

• Armadura positiva

Laje L1	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Max = 16 cm	Max = 16 cm
Qtde de barras	18 barras	15 barras
Comprimento	260 cm	310 cm

Laje L2	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Max = 16 cm	Max = 16 cm
Qtde de barras	23 barras	18 barras
Comprimento	310 cm	385 cm

Laje L3	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Max = 16 cm	Max = 16 cm
Qtde de barras	18 barras	9 barras
Comprimento	160 cm	310 cm

Laje L4	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Max = 16 cm	Max = 16 cm
Qtde de barras	23 barras	15 barras
Comprimento	260 cm	385 cm

Laje L5	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	5	5
Espaçamento	20	20
	Max = 16 cm	Max = 16 cm
Qtde de barras	23 barras	23 barras
Comprimento	385 cm	385 cm

Laje L6	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	6	5
Espaçamento	16	20
	Max = 16 cm	Max = 33 cm
Qtde de barras	23 barras	7 barras
Comprimento	160 cm	385 cm

• Armadura negativa

L1 - L2	
Nº de barras nec/m	7
Espaçamento	14
	Max = 16 cm
Qtde de barras	21
Comprimento	169 cm

L2 - L3	
Nº de barras nec/m	6
Espaçamento	16
	Max = 16 cm
Qtde de barras	18 barras
Comprimento	169 cm

L4 - L5	
Nº de barras nec/m	9
Espaçamento	10
	Max = 16 cm
Qtde de barras	37
Comprimento	207 cm

L5 - L6	
Nº de barras nec/m	6
Espaçamento	16
	Max = 16 cm
Qtde de barras	23
Comprimento	207 cm

L1 - L4	
Nº de barras nec/m	6
Espaçamento	16
	Max = 16 cm
Qtde de barras	15
Comprimento	144 cm

L2 - L5	
Nº de barras nec/m	10
Espaçamento	10
	Max = 16 cm
Qtde de barras	37
Comprimento	207 cm

L3 - L6	
Nº de barras nec/m	6
Espaçamento	16
	Max = 16 cm
Qtde de barras	9
Comprimento	94 cm

Detalhamento das armaduras do painel modificado II

• Armadura positiva

Laje L1	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Máx. = 16 cm	Máx. = 16 cm
Qtde de barras	18 barras	15 barras
Comprimento	260 cm	310 cm

Laje L2	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Máx. = 16 cm	Máx. = 16 cm
Qtde de barras	23 barras	18 barras
Comprimento	310 cm	385 cm

Laje L3	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Máx. = 16 cm	Máx. = 16 cm
Qtde de barras	18 barras	18 barras
Comprimento	310 cm	310 cm

Laje L4	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Máx. = 16 cm	Máx. = 16 cm
Qtde de barras	15 barras	13 barras
Comprimento	210 cm	260 cm

Laje L5	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	6	6
Espaçamento	16	16
	Máx. = 16 cm	Máx. = 16 cm
Qtde de barras	23 barras	23 barras
Comprimento	385 cm	385 cm

Laje L6	Menor vão (lx)	Maior vão (ly)
Nº de barras nec/m	4	4
Espaçamento	25	25
	Máx. = 16 cm	Máx. = 16 cm
Qtde de barras	23 barras	18 barras
Comprimento	310 cm	385 cm

• Armadura negativa

L1 - L2	
Nº de barras nec/m	7
Espaçamento	14
	Máx. = 16 cm
Qtde de barras	21
Comprimento	169 cm

L2 - L3	
Nº de barras nec/m	7
Espaçamento	14
	Máx. = 16 cm
Qtde de barras	21
Comprimento	169 cm

L4 - L5	
Nº de barras nec/m	6
Espaçamento	16
	Máx. = 16 cm
Qtde de barras	12
Comprimento	207 cm

L5 - L6	
Nº de barras nec/m	10
Espaçamento	10
	Máx. = 16 cm
Qtde de barras	37
Comprimento	207 cm

L1 - L4	
Nº de barras nec/m	6
Espaçamento	16
	Máx. = 16 cm
Qtde de barras	15 barras
Comprimento	144 cm

L2 - L5	
Nº de barras nec/m	10
Espaçamento	10
	Máx. = 16 cm
Qtde de barras	37
Comprimento	207 cm

L3 - L6	
Nº de barras nec/m	8
Espaçamento	12
	Máx. = 16 cm
Qtde de barras	24
Comprimento	169 cm

ANEXO III

Neste anexo será demonstrada uma planilha completa utilizada no trabalho. Para isto foi escolhida a planilha referente ao painel original.

Como o painel contém 6 lajes foram criadas 6 abas semelhantes:

- Laje L1: Primeiramente se entra com os dados que serão utilizados:

Dados	
h=	0,08 m
hf=	0,08 m
Lx=	2,5 m
Ly=	3 m
fck=	25 MPa
CA=	600 MPa
E=E _{cs} =	23800 MPa
I=	4,3E-05 m ⁴
γ _t =	0,04 m

O primeiro dado de saída é se a laje é armada em uma ou duas direções:

$\lambda = 1,2$	Armada em duas direções
-----------------	-------------------------

Em seguida entra-se com os coeficientes retirados das tabelas de Bares e as cargas utilizadas:

Caso 4	$\mu_x^+(\lambda) = 3,76$
	$\mu_x^-(\lambda) = 8,69$
	$\mu_y^+(\lambda) = 2,79$
	$\mu_y^-(\lambda) = 7,63$
g _{tot} = 3000 N/m ²	
q= 2000 N/m ²	
p= 5000 N/m ²	
p _{ser} = 3600 N/m ²	

Para o estado limite último são obtidos os momentos fletores característicos e de cálculo:

Momentos fletores	
Laje 1	
M_x^+	1175 N.m/m
M_x^-	2716 N.m/m
M_y^+	872 N.m/m
M_y^-	2384 N.m/m

Momentos fletores de cálculo	
Laje 1	
$M_{x,d}^+$	1645 N.m/m
$M_{x,d}^-$	3802 N.m/m
$M_{y,d}^+$	1221 N.m/m
$M_{y,d}^-$	3338 N.m/m

Para o estado limite de serviço se calcula o momento de fissuração e os momentos de serviços e faz-se a comparação entre eles:

$$M_f = 4103,942 \text{ N.m}$$

$M_{x,ser}^+$	846,00 N.m/m	Não fissura
$M_{x,ser}^-$	1955,25 N.m/m	Não fissura
$M_{y,ser}^+$	627,75 N.m/m	Não fissura
$M_{y,ser}^-$	1716,75 N.m/m	Não fissura

Ainda para o estado limite de serviço, verifica-se o estádio onde a peça se encontra:

Estádio em que se encontra a peça

$M_{x,ser}^+$: Estádio I
$M_{x,ser}^-$: Estádio I
$M_{y,ser}^+$: Estádio I
$M_{y,ser}^-$: Estádio I

Calcula-se o momento de inércia, que depende do estádio onde a peça se encontra (neste caso a laje se encontra no estádio I). Em seguida é calculado o coeficiente α_r e consequentemente as flechas imediata e diferida no tempo.

Momento de inércia				
<u>P/ estágio I:</u>	I= 4,3E-05 m ⁴			
Tempo de escoramento= 14 dias t ₀ = 0,467 meses t > 70 meses				
<table><tr><td>ξ(t₀)= 0,532</td></tr><tr><td>ξ(t)= 2</td></tr><tr><td>α_f= 1,47</td></tr></table>		ξ(t ₀)= 0,532	ξ(t)= 2	α _f = 1,47
ξ(t ₀)= 0,532				
ξ(t)= 2				
α _f = 1,47				
Flecha imediata	Flecha diferida no tempo			
f ₀ = 0,3854 mm	f _∞ = 0,9513 mm			

Por fim, são feitas as verificações das flechas calculadas com relação aos limites sensorial visual e sensorial de vibração.

Verificação das flechas	
Limite sensorial visual ($f_{adm} \leq l_x/250$)	
$f_{adm} = 10 \text{ mm}$	Ok
Limite sensorial de vibração ($f_{adm} \leq l_x/350$)	
$f_{adm} = 7,143 \text{ mm}$	Ok
$f_0(q) = 0,154 \text{ mm}$	

- Laje L2: Primeiramente se entra com os dados que serão utilizados:

Dados	
h=	0,08 m
hf=	0,08 m
Lx=	3 m
Ly=	3,75 m
fck=	25 MPa
CA=	600 MPa
E=E _{cs} =	23800 MPa
I=	4,27E-05 m ⁴
y _i =	0,04 m

O primeiro dado de saída é se a laje é armada em uma ou duas direções:

$\lambda = 1,25$	Armada em duas direções
------------------	-------------------------

Em seguida entra-se com os coeficientes retirados das tabelas de Bares e as cargas utilizadas:

Caso 7	$\mu_x^+(\lambda) = 3,43$
	$\mu_x^-(\lambda) = 8,81$
	$\mu_y^+(\lambda) = 2,79$
	$\mu_y^-(\lambda) = 7,36$
g _{tot} =	3000 N/m ²
q=	2000 N/m ²
p=	5000 N/m ²
p _{ser} =	3600 N/m ²

Para o estado limite último são obtidos os momentos fletores característicos e de cálculo:

Momentos fletores	
$M_x^+ =$	1544 N.m/m
$M_x^- =$	3965 N.m/m
$M_y^+ =$	1256 N.m/m
$M_y^- =$	3312 N.m/m

Momentos fletores de cálculo	
$M_{x,d}^+ =$	2161 N.m/m
$M_{x,d}^- =$	5550 N.m/m
$M_{y,d}^+ =$	1758 N.m/m
$M_{y,d}^- =$	4637 N.m/m

Para o estado limite de serviço se calcula o momento de fissuração e os momentos de serviços e faz-se a comparação entre eles:

$$M_r = 4103,942 \text{ N.m}$$

$M_{x,ser}^+$	1111,32 N.m/m	Não fissura
$M_{x,ser}^-$	2854,44 N.m/m	Não fissura
$M_{y,ser}^+$	903,96 N.m/m	Não fissura
$M_{y,ser}^-$	2384,64 N.m/m	Não fissura

Ainda para o estado limite de serviço, verifica-se o estádio onde a peça se encontra:

Estádio em que se encontra a peça

$M_{x,ser}^+$: Estádio I
$M_{x,ser}^-$: Estádio I
$M_{y,ser}^+$: Estádio I
$M_{y,ser}^-$: Estádio I

Calcula-se o momento de inércia, que depende do estádio onde a peça se encontra (neste caso a laje se encontra no estádio I). Em seguida é calculado o coeficiente α_r e consequentemente as flechas imediata e diferida no tempo.

Momento de inércia	
<u>P/ estádio I:</u>	$I = 4,3E-05 \text{ m}^4$

Tempo de escoramento= 14 dias							
$t_0=$	0,467 meses						
$t >$	70 meses						
<table> <tr> <td>$\xi(t_0)=$</td><td>0,532</td></tr> <tr> <td>$\xi(t)=$</td><td>2</td></tr> <tr> <td>$\alpha_f=$</td><td>1,47</td></tr> </table>		$\xi(t_0)=$	0,532	$\xi(t)=$	2	$\alpha_f=$	1,47
$\xi(t_0)=$	0,532						
$\xi(t)=$	2						
$\alpha_f=$	1,47						
Flecha imediata	Flecha diferida no tempo						
$f_0= 0,705932 \text{ mm}$	$f_{\infty}= 1,742354 \text{ mm}$						

Por fim, são feitas as verificações das flechas calculadas com relação aos limites sensorial visual e sensorial de vibração.

Verificação das flechas	
Limite sensorial visual ($f_{adm} \leq l_x/250$)	
$f_{adm}=$	12 mm
	Ok
Limite sensorial de vibração ($f_{adm} \leq l_x/350$)	
$f_{adm}=$	8,571 mm
$f_0(q)=$	0,282 mm
	Ok

- Laje L3: Primeiramente se entra com os dados que serão utilizados:

Dados	
h=	0,08 m
hf=	0,08 m
Lx=	3 m
Ly=	3 m
fck=	25 MPa
CA=	600 MPa
E=E _{cs} =	23800 MPa
I=	4,3E-05 m ⁴
y _i =	0,04 m

O primeiro dado de saída é se a laje é armada em uma ou duas direções:

$\lambda = 1$	Armada em duas direções
---------------	-------------------------

Em seguida entra-se com os coeficientes retirados das tabelas de Bares e as cargas utilizadas:

Caso 4	$\mu_x^+(\lambda) = 2,81$
	$\mu_x^-(\lambda) = 6,99$
	$\mu_y^+(\lambda) = 2,81$
	$\mu_y^-(\lambda) = 6,99$
g _{tot} =	3000 N/m ²
q=	2000 N/m ²
p=	5000 N/m ²
p _{ser} =	3600 N/m ²

Para o estado limite último são obtidos os momentos fletores característicos e de cálculo:

Momentos fletores	
$M_x^+ =$	1265 N.m/m
$M_x^- =$	3146 N.m/m
$M_y^+ =$	1265 N.m/m
$M_y^- =$	3146 N.m/m

Momentos fletores de cálculo	
$M_{x,d}^+ =$	1770 N.m/m
$M_{x,d}^- =$	4404 N.m/m
$M_{y,d}^+ =$	1770 N.m/m
$M_{y,d}^- =$	4404 N.m/m

Para o estado limite de serviço se calcula o momento de fissuração e os momentos de serviços e faz-se a comparação entre eles:

$M_r = 4103,942 \text{ N.m}$		
$M_{x,ser}^+ =$	910,44 N.m/m	Não fissura
$M_{x,ser}^- =$	2264,76 N.m/m	Não fissura
$M_{y,ser}^+ =$	910,44 N.m/m	Não fissura
$M_{y,ser}^- =$	2264,76 N.m/m	Não fissura

Ainda para o estado limite de serviço, verifica-se o estádio onde a peça se encontra:

Estádio em que se encontra a peça		
$M_{x,ser}^+ :$	Estádio I	
$M_{x,ser}^- :$	Estádio I	
$M_{y,ser}^+ :$	Estádio I	
$M_{y,ser}^- :$	Estádio I	

Calcula-se o momento de inércia, que depende do estádio onde a peça se encontra (neste caso a laje se encontra no estádio I). Em seguida é calculado o coeficiente α_r e consequentemente as flechas imediata e diferida no tempo.

Momento de inércia		
<u>P/ estádio I:</u>	I=	4,3E-05 m⁴

Tempo de escoramento= 14 dias	
$t_0=$	0,467 meses
$t >$	70 meses
<div><div>$\xi(t_0)=$</div><div>0,532</div></div> <div><div>$\xi(t)=$</div><div>2</div></div> <div><div>$\alpha_r=$</div><div>1,47</div></div>	

Flecha imediata	
$f_0=$	0,579103 mm

Flecha diferida no tempo	
$f_{\infty}=$	1,429321 mm

Por fim, são feitas as verificações das flechas calculadas com relação aos limites sensorial visual e sensorial de vibração.

Verificação das flechas			
Limite sensorial visual ($f_{adm} \leq l_x/250$)			
$f_{adm} =$		12 mm	Ok
Limite sensorial de vibração ($f_{adm} \leq l_x/350$)			
$f_{adm} =$		8,571 mm	Ok
$f_0(q) =$		0,232 mm	

- Laje L4: Primeiramente se entra com os dados que serão utilizados:

Dados	
$h =$	0,08 m
$hf =$	0,08 m
$L_x =$	2,5 m
$L_y =$	3,75 m
$f_{ck} =$	25 MPa
$CA =$	600 MPa
$E = E_{cs} =$	23800 MPa
$I =$	$4,3E-05 \text{ m}^4$
$\gamma_t =$	0,04 m

O primeiro dado de saída é se a laje é armada em uma ou duas direções:

$\lambda = 1,5$	Armada em duas direções
-----------------	-------------------------

Em seguida entra-se com os coeficientes retirados das tabelas de Bares e as cargas utilizadas:

Caso 4	$\mu_x^+(\lambda) = 4,81$
	$\mu_x^-(\lambda) = 10,62$
	$\mu_y^+(\lambda) = 2,47$
	$\mu_y^-(\lambda) = 8,06$
$g_{tot} = 3000 \text{ N/m}^2$	
$q = 2000 \text{ N/m}^2$	
$p = 5000 \text{ N/m}^2$	
$p_{ser} = 3600 \text{ N/m}^2$	

Para o estado limite último são obtidos os momentos fletores característicos e de cálculo:

Momentos fletores	
$M_x^+ =$	1503 N.m/m
$M_x^- =$	3319 N.m/m
$M_y^+ =$	772 N.m/m
$M_y^- =$	2519 N.m/m

Momentos fletores de cálculo	
$M_{x,d}^+ =$	2104 N.m/m
$M_{x,d}^- =$	4646 N.m/m
$M_{y,d}^+ =$	1081 N.m/m
$M_{y,d}^- =$	3526 N.m/m

Para o estado limite de serviço se calcula o momento de fissuração e os momentos de serviços e faz-se a comparação entre eles:

$M_r =$	4103,94 N.m	
$M_{x,ser}^+ =$	1082,25 N.m/m	Não fissura
$M_{x,ser}^- =$	2389,50 N.m/m	Não fissura
$M_{y,ser}^+ =$	555,75 N.m/m	Não fissura
$M_{y,ser}^- =$	1813,50 N.m/m	Não fissura

Verificação das flechas		
Limite sensorial visual ($f_{adm} \leq l_x/250$)		
$f_{adm} =$	10 mm	Ok
Limite sensorial de vibração ($f_{adm} \leq l_x/350$)		
$f_{adm} =$	7,143 mm	Ok
$f_0(q) =$	0,202 mm	

- Laje L5: Primeiramente se entra com os dados que serão utilizados:

Dados	
h=	0,08 m
hf=	0,08 m
Lx=	3,75 m
Ly=	3,75 m
fck=	25 MPa
CA=	600 MPa
E=E _{cs} =	23800 MPa
I=	4,3E-05 m ⁴
y _t =	0,04 m

O primeiro dado de saída é se a laje é armada em uma ou duas direções:

$\lambda = 1$	Armada em duas direções
---------------	-------------------------

Em seguida entra-se com os coeficientes retirados das tabelas de Bares e as cargas utilizadas:

Caso 7	$\mu_x^+(\lambda) = 2,13$
	$\mu_x^-(\lambda) = 5,46$
	$\mu_y^+(\lambda) = 2,60$
	$\mu_y^-(\lambda) = 6,17$

$g_{tot}=$	3000 N/m ²
$q=$	2000 N/m ²
$p=$	5000 N/m ²
$p_{ser}=$	3600 N/m ²

Para o estado limite último são obtidos os momentos fletores característicos e de cálculo:

Momentos fletores
$M_x^+ = 1498 \text{ N.m/m}$
$M_x^- = 3839 \text{ N.m/m}$
$M_y^+ = 1828 \text{ N.m/m}$
$M_y^- = 4338 \text{ N.m/m}$

Momentos fletores de cálculo
$M_{x,d}^+ = 2097 \text{ N.m/m}$
$M_{x,d}^- = 5375 \text{ N.m/m}$
$M_{y,d}^+ = 2559 \text{ N.m/m}$
$M_{y,d}^- = 6074 \text{ N.m/m}$

Para o estado limite de serviço se calcula o momento de fissuração e os momentos de serviços e faz-se a comparação entre eles:

$M_r =$	4103,94 N.m	
$M_{x,ser}^+ =$	1078,31 N.m/m	Não fissura
$M_{x,ser}^- =$	2764,13 N.m/m	Não fissura
$M_{y,ser}^+ =$	1316,25 N.m/m	Não fissura
$M_{y,ser}^- =$	3123,56 N.m/m	Não fissura

Ainda para o estado limite de serviço, verifica-se o estágio onde a peça se encontra:

Estádio em que se encontra a peça
$M_{x,ser}^+$: Estádio I
$M_{x,ser}^-$: Estádio I
$M_{y,ser}^+$: Estádio I
$M_{y,ser}^-$: Estádio I

Calcula-se o momento de inércia, que depende do estádio onde a peça se encontra (neste caso a laje se encontra no estádio I). Em seguida é calculado o coeficiente α_r e consequentemente as flechas imediata e diferida no tempo.

Momento de inércia			
<i>P/ estádio I:</i>	I=	4,3E-05 m ⁴	

Tempo de escoramento= 14 dias	
$t_0=$	0,467 meses
$t >$	70 meses
$\xi(t_0)=$	0,532
$\xi(t)=$	2
$\alpha_r=$	1,47

Flecha imediata			
$f_0=$	1,0574485 mm		

Flecha diferida no tempo			
$f_{\infty}=$	2,609955 mm		

Por fim, são feitas as verificações das flechas calculadas com relação aos limites sensorial visual e sensorial de vibração.

Verificação das flechas		
Limite sensorial visual ($f_{adm} \leq l_x/250$)		
$f_{adm} =$	15 mm	Ok
Limite sensorial de vibração ($f_{adm} \leq l_x/350$)		
$f_{adm} =$	10,714 mm	Ok
$f_0(q) =$	0,423 mm	

- Laje L6: Primeiramente se entra com os dados que serão utilizados:

Dados	
h=	0,08 m
hf=	0,08 m
Lx=	3 m
Ly=	3,75 m
fck=	25 MPa
CA=	600 MPa
E=E _{cs} =	23800 MPa
I=	4,3E-05 m ⁴
y _i =	0,04 m

O primeiro dado de saída é se a laje é armada em uma ou duas direções:

$\lambda = 1,25$	Armada em duas direções
------------------	-------------------------

Em seguida entra-se com os coeficientes retirados das tabelas de Bares e as cargas utilizadas:

Caso 4	$\mu_x^+(\lambda) = 3,96$
	$\mu_x^-(\lambda) = 9,03$
	$\mu_y^+(\lambda) = 2,74$
	$\mu_y^-(\lambda) = 7,72$

g _{tot} =	3000 N/m ²
q=	2000 N/m ²
p=	5000 N/m ²
p _{ser} =	3600 N/m ²

Para o estado limite último são obtidos os momentos fletores característicos e de cálculo:

Momento de inércia			
P/ estádio I:		I=	4,3E-05 m ⁴

Tempo de escoramento= 14 dias							
t ₀ =	0,467 meses						
t >	70 meses						
<table border="1"> <tr> <td>ξ(t₀)=</td><td>0,532</td></tr> <tr> <td>ξ(t)=</td><td>2</td></tr> <tr> <td>α_t=</td><td>1,47</td></tr> </table>		ξ(t ₀)=	0,532	ξ(t)=	2	α _t =	1,47
ξ(t ₀)=	0,532						
ξ(t)=	2						
α _t =	1,47						

Flecha imediata			
f ₀ =		0,849511 mm	

Flecha diferida no tempo			
f _∞ =		2,096731 mm	

Por fim, são feitas as verificações das flechas calculadas com relação aos limites sensorial visual e sensorial de vibração.

Verificação das flechas			
Limite sensorial visual ($f_{adm} \leq l_x/250$)			
$f_{adm} =$	12 mm	Ok	
Limite sensorial de vibração ($f_{adm} \leq l_x/350$)			
$f_{adm} =$	8,571 mm	Ok	
$f_0(q) =$	0,340 mm		

A partir do que foi obtido nestas 6 abas, criou-se uma nova aba para compatibilização dos momentos negativos, correção dos momentos positivos e cálculo de armaduras.

- Compatibilização dos momentos negativos

L1-L2			L2-L3			L4-L5		
L1	$M_{x,d1} = 3801,875 \text{ N.m/m}$		L2	$M_{y,d2} = 4636,8 \text{ N.m/m}$		L4	$M_{x,d4} = 4646,25 \text{ N.m/m}$	
L2	$M_{y,d2} = 4636,800 \text{ N.m/m}$		L3	$M_{x,d3} = 4403,7 \text{ N.m/m}$		L5	$M_{y,d5} = 6074 \text{ N.m/m}$	
	$M_{dn} = 4219,338 \text{ N.m/m}$			$M_{dn} = 4520,25 \text{ N.m/m}$			$M_{dn} = 5359,922 \text{ N.m/m}$	
	$M_{d80\%} = 3709,440 \text{ N.m/m}$			$M_{d80\%} = 3709,440 \text{ N.m/m}$			$M_{d80\%} = 4858,875 \text{ N.m/m}$	
	$M_{d12} = 4219,338 \text{ N.m/m}$			$M_{d23} = 4520,250 \text{ N.m/m}$			$M_{d45} = 5359,922 \text{ N.m/m}$	
L5-L6			L1-L4			L2-L5		
L5	$M_{y,d5} = 6073,594 \text{ N.m/m}$		L1	$M_{y,d1} = 3338,125 \text{ N.m/m}$		L2	$M_{x,d2} = 5550 \text{ N.m/m}$	
L6	$M_{x,d6} = 5688,900 \text{ N.m/m}$		L4	$M_{y,d4} = 3526,25 \text{ N.m/m}$		L5	$M_{x,d5} = 5375 \text{ N.m/m}$	
	$M_{dn} = 5881,247 \text{ N.m/m}$			$M_{dn} = 3432,188 \text{ N.m/m}$			$M_{dn} = 5462,494 \text{ N.m/m}$	
	$M_{d80\%} = 4858,875 \text{ N.m/m}$			$M_{d80\%} = 2821,000 \text{ N.m/m}$			$M_{d80\%} = 4440,240 \text{ N.m/m}$	
	$M_{d56} = 5881,247 \text{ N.m/m}$			$M_{d14} = 3432,188 \text{ N.m/m}$			$M_{d25} = 5462,494 \text{ N.m/m}$	
L3-L6								
L3	$M_{y,d3} = 4403,700 \text{ N.m/m}$							
L6	$M_{y,d6} = 4863,600 \text{ N.m/m}$							
	$M_{dn} = 4633,650 \text{ N.m/m}$							
	$M_{d80\%} = 3890,880 \text{ N.m/m}$							
	$M_{d36} = 4633,650 \text{ N.m/m}$							

- Correção dos momentos positivos

Laje 1			Laje 2			Laje 3		
	$M_{x,d}^+ = 1645 \text{ N.m/m}$			$M_{x,d}^+ = 2204,803 \text{ N.m/m}$			$M_{x,d}^+ = 1770,3 \text{ N.m/m}$	
	$M_{y,d}^+ = 1220,625 \text{ N.m/m}$			$M_{y,d}^+ = 2024,706 \text{ N.m/m}$			$M_{y,d}^+ = 1770,3 \text{ N.m/m}$	
Laje 4			Laje 5			Laje 6		
	$M_{x,d}^+ = 2104,375 \text{ N.m/m}$			$M_{x,d}^+ = 2096,719 \text{ N.m/m}$			$M_{x,d}^+ = 2494,8 \text{ N.m/m}$	
	$M_{y,d}^+ = 1127,6563 \text{ N.m/m}$			$M_{y,d}^+ = 3012,384 \text{ N.m/m}$			$M_{y,d}^+ = 1841,175 \text{ N.m/m}$	

- Armadura positiva

Laje 1	Laje 2	Laje 3
$\phi_{\text{resaca}} = 10 \text{ mm}$	$\phi_{\text{resaca}} = 10 \text{ mm}$	$\phi_{\text{resaca}} = 10 \text{ mm}$
Menor vão (L_n)	Menor vão (L_n)	Menor vão (L_n)
$\phi_s = 5 \text{ mm}$	$\phi_s = 5 \text{ mm}$	$\phi_s = 5 \text{ mm}$
$d'_{\text{v}} = 2,25 \text{ cm}$	$d'_{\text{v}} = 2,25 \text{ cm}$	$d'_{\text{v}} = 2,25 \text{ cm}$
$d_s = 5,75 \text{ cm}$	$d_s = 5,75 \text{ cm}$	$d_s = 5,75 \text{ cm}$
$f_{cd} = 17,86 \text{ Mpa}$	$f_{cd} = 17,86 \text{ Mpa}$	$f_{cd} = 17,86 \text{ Mpa}$
$x = 0,00240 \text{ m}$	$x = 0,00323 \text{ m}$	$x = 0,00258 \text{ m}$
Verificação do Domínio de deformação	Verificação do Domínio de deformação	Verificação do Domínio de deformação
$k_s = 0,041669$ Domínio 2 Ok	$k_s = 0,05618$ Domínio 2 Ok	$k_s = 0,044902$ Domínio 2 Ok
Área de aço	Área de aço	Área de aço
$A'_{\text{at}} = 0,557628 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{\text{at}} = 0,75183 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{\text{at}} = 0,600892 \text{ cm}^2/\text{m}$
Verificação da Área de aço mínima	Verificação da Área de aço mínima	Verificação da Área de aço mínima
$A'_{\text{at,min}} = 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{\text{at,min}} = 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{\text{at,min}} = 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$
Usar armadura mínima	Usar armadura mínima	Usar armadura mínima
Maior vão (L_n)	Maior vão (L_n)	Maior vão (L_n)
$\phi_s = 5 \text{ mm}$	$\phi_s = 5 \text{ mm}$	$\phi_s = 5 \text{ mm}$
$d'_{\text{v}} = 2,75 \text{ cm}$	$d'_{\text{v}} = 2,75 \text{ cm}$	$d'_{\text{v}} = 2,75 \text{ cm}$
$d_s = 5,25 \text{ cm}$	$d_s = 5,25 \text{ cm}$	$d_s = 5,25 \text{ cm}$
$f_{cd} = 17,86 \text{ Mpa}$	$f_{cd} = 17,86 \text{ Mpa}$	$f_{cd} = 17,86 \text{ Mpa}$
$x = 0,00194 \text{ m}$	$x = 0,00326 \text{ m}$	$x = 0,00284 \text{ m}$
Verificação do Domínio de deformação	Verificação do Domínio de deformação	Verificação do Domínio de deformação
$k_s = 0,037019$ Domínio 2 Ok	$k_s = 0,062035$ Domínio 2 Ok	$k_s = 0,054063$ Domínio 2 Ok
Área de aço	Área de aço	Área de aço
$A'_{\text{at}} = 0,452323 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{\text{at}} = 0,757987 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{\text{at}} = 0,660585 \text{ cm}^2/\text{m}$
Verificação da Área de aço mínima	Verificação da Área de aço mínima	Verificação da Área de aço mínima
$A'_{\text{at,min}} = 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{\text{at,min}} = 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{\text{at,min}} = 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$
Usar armadura mínima	Usar armadura mínima	Usar armadura mínima

Laje 4	Laje 5	Laje 6
$\phi_{max}= 10 \text{ mm}$	$\phi_{max}= 10 \text{ mm}$	$\phi_{max}= 10 \text{ mm}$
Menor vão (L_n)	Menor vão (L_n)	Menor vão (L_n)
$\phi_s= 5 \text{ mm}$	$\phi_s= 5 \text{ mm}$	$\phi_s= 5 \text{ mm}$
$d'_{\phi_s}= 2,25 \text{ cm}$	$d'_{\phi_s}= 2,25 \text{ cm}$	$d'_{\phi_s}= 2,25 \text{ cm}$
$d_s= 5,75 \text{ cm}$	$d_s= 5,75 \text{ cm}$	$d_s= 5,75 \text{ cm}$
$fcd= 17,86 \text{ Mpa}$	$fcd= 17,86 \text{ Mpa}$	$fcd= 17,86 \text{ Mpa}$
$x= 0,00308 \text{ m}$	$x= 0,00307 \text{ m}$	$x= 0,00367 \text{ m}$
Verificação do Domínio de deformação	Verificação do Domínio de deformação	Verificação do Domínio de deformação
$k_s= 0,053564$ Domínio 2 Ok	$k_s= 0,053365$ Domínio 2 Ok	$k_s= 0,063768$ Domínio 2 Ok
Área de aço	Área de aço	Área de aço
$A'_{se}= 0,716817 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{se}= 0,71415 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{se}= 0,853367 \text{ cm}^2/\text{m}$
Verificação da Área de aço mínima	Verificação da Área de aço mínima	Verificação da Área de aço mínima
$A'_{sL,min}= 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{sL,min}= 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{sL,min}= 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$
Usar armadura mínima	Usar armadura mínima	OK
Maior vão (L_n)	Maior vão (L_n)	Maior vão (L_n)
$\phi_s= 5 \text{ mm}$	$\phi_s= 5 \text{ mm}$	$\phi_s= 5 \text{ mm}$
$d'_{\phi_s}= 2,75 \text{ cm}$	$d'_{\phi_s}= 2,75 \text{ cm}$	$d'_{\phi_s}= 2,75 \text{ cm}$
$d_s= 5,25 \text{ cm}$	$d_s= 5,25 \text{ cm}$	$d_s= 5,25 \text{ cm}$
$fcd= 17,86 \text{ Mpa}$	$fcd= 17,86 \text{ Mpa}$	$fcd= 17,86 \text{ Mpa}$
$x= 0,00179 \text{ m}$	$x= 0,00491 \text{ m}$	$x= 0,00295 \text{ m}$
Verificação do Domínio de deformação	Verificação do Domínio de deformação	Verificação do Domínio de deformação
$k_s= 0,03416$ Domínio 2 Ok	$k_s= 0,093503$ Domínio 2 Ok	$k_s= 0,056279$ Domínio 2 Ok
Área de aço	Área de aço	Área de aço
$A'_{sy}= 0,417387 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{sy}= 1,14249 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{sy}= 0,687655 \text{ cm}^2/\text{m}$
Verificação da Área de aço mínima	Verificação da Área de aço mínima	Verificação da Área de aço mínima
$A'_{sy,min}= 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{sy,min}= 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A'_{sy,min}= 0,804 \text{ cm}^2/\text{m}$
Usar armadura mínima	OK	Usar armadura mínima

- Armadura negativa

Entre Laje 1 e Laje 2		
$\phi_{reg} =$	5 mm	
$d''_{reg} =$	1,75 cm	
$d_{reg} =$	6,25 cm	
$fcd =$	17,86 Mpa	
$x =$	0,00577 m	
Verificação do Domínio de deformação		
$k_{reg} =$	0,0923662	Domínio 2 Ok
Área de aço		
$A_{s12} =$	1,344 cm ² /m	
Verificação da Área de aço mínima		
$A_{s,min} =$	1,2 cm ² /m	
OK		

Entre Laje 2 e Laje 3		
$\phi_{reg} =$	5 mm	
$d''_{reg} =$	1,75 cm	
$d_{reg} =$	6,25 cm	
$fcd =$	17,86 Mpa	
$x =$	0,00620 m	
Verificação do Domínio de deformação		
$k_{reg} =$	0,0992367	Domínio 2 Ok
Área de aço		
$A_{s12} =$	1,444 cm ² /m	
Verificação da Área de aço mínima		
$A_{s,min} =$	1,2 cm ² /m	
OK		

Entre Laje 4 e Laje 5		
$\phi_{reg} =$	5 mm	
$d''_{reg} =$	1,75 cm	
$d_{reg} =$	6,25 cm	
$fcd =$	17,86 Mpa	
$x =$	0,00741 m	
Verificação do Domínio de deformação		
$k_{reg} =$	0,1186289	Domínio 2 Ok
Área de aço		
$A_{s15} =$	1,726 cm ² /m	
Verificação da Área de aço mínima		
$A_{s,min} =$	1,2 cm ² /m	
OK		

Entre Laje 5 e Laje 6		
$\phi_{reg} =$	5 mm	
$d''_{reg} =$	1,75 cm	
$d_{reg} =$	6,25 cm	
$fcd =$	17,86 Mpa	
$x =$	0,00818 m	
Verificação do Domínio de deformação		
$k_{reg} =$	0,130838	Domínio 2 Ok
Área de aço		
$A_{s16} =$	1,903 cm ² /m	
Verificação da Área de aço mínima		
$A_{s,min} =$	1,2 cm ² /m	
OK		

Entre Laje 1 e Laje 4		
$\phi_{reg} =$	5 mm	
$d''_{reg} =$	1,75 cm	
$d_{reg} =$	6,25 cm	
$fcd =$	17,86 Mpa	
$x =$	0,00466 m	
Verificação do Domínio de deformação		
$k_{reg} =$	0,0745837	Domínio 2 Ok
Área de aço		
$A_{s14} =$	1,085 cm ² /m	
Verificação da Área de aço mínima		
$A_{s,min} =$	1,2 cm ² /m	
Usar armadura mínima		

Entre Laje 2 e Laje 5		
$\phi_{reg} =$	5 mm	
$d''_{reg} =$	1,75 cm	
$d_{reg} =$	6,25 cm	
$fcd =$	17,86 Mpa	
$x =$	0,00756 m	
Verificação do Domínio de deformação		
$k_{reg} =$	0,1210206	Domínio 2 Ok
Área de aço		
$A_{s15} =$	1,760 cm ² /m	
Verificação da Área de aço mínima		
$A_{s,min} =$	1,2 cm ² /m	
OK		

Entre Laje 3 e Laje 6		
$\phi_{reg} =$	5 mm	
$d''_{reg} =$	1,75 cm	
$d_{reg} =$	6,25 cm	
$fcd =$	17,86 Mpa	
$x =$	0,00636 m	
Verificação do Domínio de deformação		
$k_{reg} =$	0,1018365	Domínio 2 Ok
Área de aço		
$A_{s16} =$	1,481 cm ² /m	
Verificação da Área de aço mínima		
$A_{s,min} =$	1,2 cm ² /m	
OK		